

## Ενδεικτικές λύσεις των θεμάτων για τις εξετάσεις υποτροφιών της α' τάξης γυμνασίου του σχολικού έτους 2026-2027

### Β' ΜΕΡΟΣ (Μαθηματικά)

#### ΘΕΜΑ Α

**A1. (i)** Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι ο μικρότερος;

α)  $2+0+2+6$     β)  $2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 6$     γ)  $2+0-2+6$     δ)  $20:26$     ε)  $202-6$

Μονάδες: 2

#### Λύση

Υπολογίζουμε κάθε παράσταση:

α)  $2+0+2+6=10$

β)  $2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 6=0$

γ)  $2+0-2+6=6$

δ)  $20:26 = \frac{20}{26} \approx 0,77$

ε)  $202-6=196$

Ο μικρότερος αριθμός είναι το **0**, άρα σωστή απάντηση είναι: **β)**

**(ii)** Να βρεθεί ένας τριψήφιος αριθμός ο οποίος:

- στο ψηφίο των μονάδων έχει τον μεγαλύτερο πρώτο μονοψήφιο αριθμό
- στο ψηφίο των δεκάδων έχει τον μικρότερο μονοψήφιο πρώτο αριθμό
- και διαιρείται με το εννέα

Μονάδες: 3

#### Λύση

- στο ψηφίο των μονάδων έχει τον μεγαλύτερο πρώτο μονοψήφιο αριθμό: το 7
- στο ψηφίο των δεκάδων έχει τον μικρότερο μονοψήφιο πρώτο αριθμό: το 2
- και διαιρείται με το εννέα: για να διαιρείται με το 9 πρέπει το άθροισμα των ψηφίων του να διαιρείται με το 9. Επειδή ο αριθμός είναι τριψήφιος δεν μπορεί να είναι το 0, άρα το άθροισμα πρέπει να είναι 9, γιατί  $9+2+7=18$  και το 18 διαιρείται με το 9

Άρα ο ζητούμενος τριψήφιος αριθμός είναι **927**.

(iii) Ο αριθμός  $\alpha = 2^3 + 3^2 \cdot 4 - (3^2 \cdot 5 - 10) + 2^4$  είναι πρώτος ή σύνθετος;

Μονάδες: 5

### Λύση

Υπολογίζουμε την παράσταση,

$$\begin{aligned}\alpha &= 2^3 + 3^2 \cdot 4 - (3^2 \cdot 5 - 10) + 2^4 = 8 + 9 \cdot 4 - (9 \cdot 5 - 10) + 16 = 8 + 36 - (45 - 10) + 16 = \\ &= 8 + 36 - 35 + 10 = 44 - 35 + 10 = 9 + 10 = 19\end{aligned}$$

το 19 είναι πρώτος γιατί διαιρείται μόνο από το 1 και τον εαυτό του

Μονάδες:  $2 + 3 + 5 = 10$

**A2.** Ο δάσκαλος του Σπύρου και της Μαρίας τους ζήτησε να διαιρέσουν έναν αριθμό με το 100. Ο Σπύρος πολλαπλασίασε αντί να διαιρέσει τον αριθμό και βρήκε 450. Η Μαρία διαίρεσε σωστά τον αριθμό με το 100. Πόσο βρήκε η Μαρία;

Μονάδες: 3

### Λύση

Ο Σπύρος πολλαπλασίασε έναν αριθμό με το 100 και βρήκε 450, άρα ο αριθμός είναι  $450 : 100 = 4,5$ .

Η Μαρία τον διαίρεσε με το 100 άρα βρήκε  $4,5 : 100 = 0,045$

**A3.** Τρεις φίλες θέλουν να φτιάξουν όσο το δυνατόν περισσότερα όμοια βραχιόλια με χρωματιστές χάντρες. Έχουν 56 κόκκινες, 24 μπλε και 72 κίτρινες. Πόσες χάντρες από κάθε χρώμα θα βάλουν σε κάθε βραχιόλι χωρίς να περιστέψει καμία χάντρα;

Μονάδες: 6

### Λύση

Βρίσκουμε τον Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη των 56, 24 και 72.

$$56 \quad 24 \quad 72$$

$$32 \quad 24 \quad 0$$

$$8 \quad 24$$

$$\boxed{8} \quad 0$$

$\text{ΜΚΔ}(56, 24, 72) = 8$ , άρα θα φτιάξουν 8 όμοια βραχιόλια.

Που το καθένα θα έχει:

$$56 : 8 = 7 \text{ Κόκκινες, } 24 : 8 = 3 \text{ Μπλε και } 72 : 8 = 9 \text{ Κίτρινες χάντρες}$$

**A4.** Οι 56 μαθητές ενός σχολείου αποφάσισαν να κάνουν μια εκδρομή. Αν δηλώσουν ότι συμμετέχουν όλοι οι μαθητές, το εισιτήριο θα είναι 6,20 €. Πόσο θα είναι το εισιτήριο, αν δηλώσουν συμμετοχή μόνο τα  $\frac{5}{7}$  των μαθητών;

Μονάδες: 6

**Λύση**

Τα  $\frac{5}{7}$  των μαθητών είναι  $\frac{5}{7} \cdot 56 = \frac{280}{7} = 40$  μαθητές που θα συμμετέχουν τελικά.

Τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα οπότε έχουμε:

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ	
ΜΑΘΗΤΕΣ	56	40
ΧΡΗΜΑΤΑ	6,20	x

$$40 \cdot x = 56 \cdot 6,20$$

$$40 \cdot x = 347,2$$

$$x = 347,2 : 40$$

$$x = 8,68$$

Ο κάθε μαθητής θα πληρώσει 8,68 € .

**ΘΕΜΑ Β**

**B1. (i)** Στη σχολική εκδρομή ο Γιώργος έχει 24 ευρώ και ξόδεψε τα  $\frac{3}{4}$  των χρημάτων του, ενώ ο Νίκος έχει 32 ευρώ και ξόδεψε τα  $\frac{3}{4}$  των χρημάτων του.

Ποιος ξόδεψε τα περισσότερα; (αιτιολογήστε την απάντησή σας)

**Λύση**

Γιώργος: Τα  $\frac{3}{4}$  του 24 είναι  $\frac{3}{4} \cdot 24 = \frac{72}{4} = 18$  €

Νίκος: Τα  $\frac{3}{4}$  του 32 είναι  $\frac{3}{4} \cdot 32 = \frac{96}{4} = 24$  €

Ο Νίκος ξόδεψε τα περισσότερα.

**(ii)** Αν  $K = \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{2} - \frac{5}{6}\right) : \left(3 - \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right)$  και  $\Lambda = \frac{1}{3} : 5 + 1\frac{1}{5} - \frac{2}{3}$ , να δείξετε ότι  $K = \frac{4}{5}$  και

$$\Lambda = \frac{3}{5}.$$

Στην συνέχεια να βρείτε ένα κλάσμα ανάμεσα στους αριθμούς K και Λ.

Μονάδες: 4 + 6 = 10

**Λύση**

$$K = \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{2} - \frac{5}{6}\right) : \left(3 - \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{2}{6} + \frac{15}{6} - \frac{5}{6}\right) : \left(\frac{12}{4} - \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{12}{6}\right) : \left(\frac{10}{4}\right) = \frac{12}{6} \cdot \frac{4}{10} = \frac{48}{60} = \frac{4}{5}$$

$$\Lambda = \frac{1}{3} : 5 + 1 \frac{1}{5} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{6}{5} - \frac{2}{3} = \frac{1}{15} + \frac{6}{5} - \frac{2}{3} = \frac{1}{15} + \frac{18}{15} - \frac{10}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{5} < \frac{4}{5} \text{ ή } \frac{6}{10} < \frac{8}{10} \text{ ή } \frac{6}{10} < \frac{7}{10} < \frac{8}{10}$$

Άρα ένα κλάσμα ανάμεσα τους είναι το  $\frac{7}{10}$ .

**B2.** Δίνεται το πρόβλημα:

«Ο Κώστας έχει 38 € και ο Γιάννης 14 €. Αγόρασαν από ένα σουβλάκι ο καθένας, οπότε τα χρήματα που έχει τώρα ο Κώστας είναι τριπλάσια από του Γιάννη. Πόσο κοστίζει κάθε σουβλάκι;»

Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις επιλύει το πρόβλημα αυτό;

**A.**  $38 + x = 3x + 14$    **B.**  $38 - x = 3(14 - x)$    **Γ.**  $14 - x = 3(38 - x)$    **Δ.**  $38 = 3 \cdot 14 + x$

Μονάδες: 3

### Λύση

Αν το σουβλάκι κοστίζει  $x$  € τότε ο Κώστας έμεινε με  $38 - x$  € και ο Γιάννης με  $14 - x$  €.

Ο Κώστας έχει τριπλάσια χρήματα από τον Γιάννη, άρα  $38 - x = 3 \cdot (14 - x)$  είναι η εξίσωση που χρειαζόμαστε.

Συνεπώς σωστή απάντηση είναι η **B**.

**B3.** Ο πληθυσμός μιας πόλης το 2026 είναι 42.000 κάτοικοι. Αν την τελευταία πενταετία ο πληθυσμός έχει αυξηθεί κατά 5%, να βρείτε τον πληθυσμό της πόλης το 2021.

Μονάδες: 6

### Λύση

Ψάχνουμε τον αρχικό πληθυσμό:

Αν το 2021 ο πληθυσμός ήταν 100 άνθρωποι, τώρα θα είναι 105 (5% περισσότεροι)

Το 2021 ο πληθυσμός ήταν  $x$  άνθρωποι και τώρα είναι 42.000

Έτσι έχουμε:

$$\frac{100}{x} = \frac{105}{42.000}$$

$$105 \cdot x = 42.000 \cdot 100$$

$$105 \cdot x = 4.200.000$$

$$x = 4.200.000 : 105$$

$$x = 40.000$$

Άρα το 2021 η πόλη είχε 40.000 κατοίκους.

**B4.** Σε μία παιδική θεατρική παράσταση τα αγόρια είναι τα  $\frac{5}{8}$  των παιδιών. Αν τα κορίτσια είναι 24 λιγότερα από τα αγόρια, να βρείτε πόσα είναι όλα τα παιδιά που παρακολούθησαν τη θεατρική παράσταση.

Μονάδες: 6

### Λύση

Τα αγόρια είναι τα  $\frac{5}{8}$  και τα κορίτσια τα  $\frac{3}{8}$

Η διαφορά τους είναι  $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$  και αυτά είναι 24 παιδιά.

Αφού το  $\frac{1}{4}$  είναι 24 παιδιά τα  $\frac{4}{4}$  είναι  $4 \cdot 24 = 96$  παιδιά, παρακολούθησαν την παράσταση.

### **ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Δίνονται οι αριθμοί 48, 19, x και 32.

Ποιος είναι ο αριθμός x ώστε ο μέσος όρος τους να είναι ο αριθμός 32;

Μονάδες: 4

### Λύση

Αφού ο μέσος όρος τεσσάρων αριθμών είναι 32, το άθροισμα τους είναι  $4 \cdot 32 = 128$

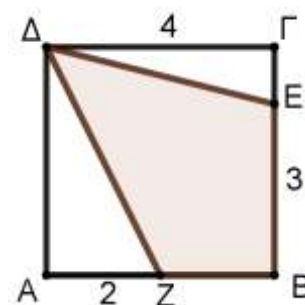
$$48 + 19 + x + 32 = 128$$

$$x + 99 = 128$$

$$x = 128 - 99$$

$$x = 29$$

**Γ2. (i)** Το διπλανό σχήμα είναι τετράγωνο με πλευρά 4 εκ. και είναι  $AZ = 2$  εκ. και  $BE = 3$  εκ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της χρωματισμένης επιφάνειας  $BE\Delta Z$ .



### Λύση

Το ζητούμενο εμβαδόν θα βρεθεί αν από το εμβαδόν του τετραγώνου  $AB\Gamma\Delta$  αφαιρέσουμε το εμβαδόν των δύο τριγώνων  $A\Delta Z$  και  $\Gamma\Delta E$ .

$$E_{AB\Gamma\Delta} = 4 \cdot 4 = 16 \text{ τ.εκ.}$$

$$E_{A\Delta Z} = \frac{\text{βάση} \cdot \text{ύψος}}{2} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4 \text{ τ.εκ.}$$

$$E_{\Gamma\Delta E} = \frac{\text{βάση} \cdot \text{ύψος}}{2} = \frac{1 \cdot 4}{2} = 2 \text{ τ.εκ.}$$

$$E = 16 - 4 - 2 = 10 \text{ τ.εκ.}$$

(ii) Ένα τετράγωνο με πλευρά 8 εκ. και ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχουν ίδια περίμετρο. Αν το πλάτος του ορθογωνίου είναι 5 εκ., να υπολογίσετε το εμβαδόν του ορθογωνίου.

Μονάδες:  $6 + 5 = 11$

### Λύση

Η περίμετρος του τετραγώνου με πλευρά 8 εκ είναι 32 εκ.

Το ορθογώνιο έχει την ίδια περίμετρο, 32 εκ.

Το πλάτος του είναι 5 και έχει άλλο ένα πλάτος 5, σύνολο 10.

Άρα  $32 - 10 = 22$  εκ. είναι και τα δύο μήκη μαζί, άρα το ένα μήκος είναι  $22 : 2 = 11$  εκ.

Το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι  $E = 5 \cdot 11 = 55$  τ.εκ.

**Γ3.** Η αξία ενός χαλιού είναι ανάλογη με το εμβαδόν του. Αγοράσαμε δύο χαλιά σχήματος ορθογωνίου ίδιας ποιότητας. Το πρώτο έχει πλάτος 4 μ. και μήκος 6 μ. και κόστισε 750 €. Το δεύτερο χαλί έχει μήκος 4,8 μ. και η αξία του είναι 525 €. Να βρείτε την περίμετρο του δεύτερου χαλιού.

Μονάδες: 4

### Λύση

Το εμβαδόν του πρώτου χαλιού είναι  $E_1 = 4 \cdot 6 = 24$  τ.μ.

Η αξία και το εμβαδόν είναι ανάλογα, έτσι έχουμε:

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ	
Εμβαδόν	24	x
Αξία	750	525

$$750 \cdot x = 24 \cdot 525$$

$$750 \cdot x = 12.600$$

$$x = 12.600 : 750$$

$$x = 16,8$$

Άρα το εμβαδόν του δεύτερου είναι 16,8 τ.μ. Άρα το πλάτος του είναι  $16,8 : 4,8 = 3,5$  μ.

Τελικά, η περίμετρος του δεύτερου είναι  $2 \cdot 4,8 + 2 \cdot 3,5 = 9,6 + 7 = 16,6$  μ.

**Γ4.** Αν το εμβαδόν ενός τετραγώνου μειωθεί κατά 20%, τότε θα προκύψει τετράγωνο πλευράς 6 εκ. Πόσο τοις εκατό θα πρέπει να αυξηθεί το εμβαδό του αρχικού τετραγώνου, για να προκύψει τετράγωνο εμβαδού 63 τ. εκ.;

Μονάδες: 6

### Λύση

Το εμβαδόν του τετραγώνου με πλευρά 6 εκ είναι  $6 \cdot 6 = 36$  τ. εκ.  
Αφού μειώθηκε 20% και είναι 36 τότε το αρχικό εμβαδόν είναι:

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ	
Αρχικό	100	x
Τελικό	80	36

$$80 \cdot x = 100 \cdot 36$$

$$80 \cdot x = 3.600$$

$$x = 3.600 : 80$$

$$x = 45$$

Άρα το αρχικό τετράγωνο είχε εμβαδόν 45 τ.εκ.

Για να γίνει 63 τ.εκ. πρέπει να αυξηθεί  $63 - 45 = 18$  μονάδες, άρα το ποσοστό της

$$\text{αύξησης είναι } \frac{18}{45} \cdot 100 = \frac{1800}{45} = 40\%$$

## ΘΕΜΑ Δ

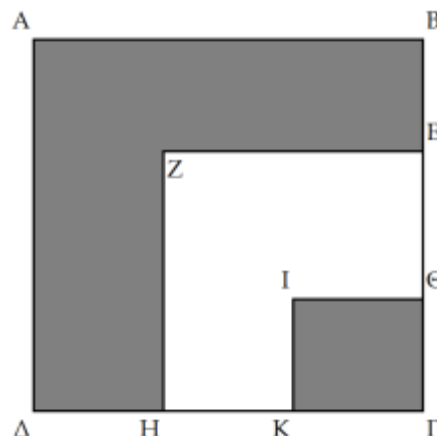
**Δ1.** Στο διπλανό σχήμα τα  $ΑΒΓΔ$ ,  $ΕΖΗΓ$ ,  $ΘΙΚΓ$  είναι τετράγωνα και ισχύει ότι:

$$BE = E\Theta = \Theta\Gamma = 3 \text{ εκ.}$$

Ο λόγος του εμβαδού της λευκής επιφάνειας προς το εμβαδόν της γκρι επιφάνειας είναι:

A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{3}$       Γ.  $\frac{2}{3}$       Δ.  $\frac{3}{5}$

Μονάδες: 7



### Λύση

$$(ABEZH\Delta) = (AB\Gamma\Delta) - (EZHG) = 9^2 - 6^2 = 81 - 36 = 45 \text{ και } (I\Theta K\Gamma) = 3^2 = 9$$

$$\text{Άρα } E_{\text{Γκρι}} = (ABEZH\Delta) + (I\Theta K\Gamma) = 45 + 9 = 54$$

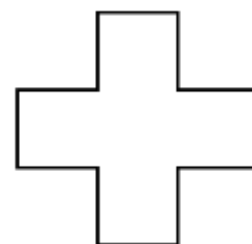
$$E_{\text{Λευκή}} = (ZE\Theta IKH) = (EZHG) - (I\Theta K\Gamma) = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$$

$$\frac{E_{\text{Λευκή}}}{E_{\text{Γκρι}}} = \frac{27}{54} = \frac{1}{2}$$

Άρα σωστή απάντηση είναι η **A**.

**Δ2.** Το διπλανό σχήμα αποτελείται από 5 ίσα τετράγωνα. Το συνολικό εμβαδόν του σχήματος είναι 245 τ.εκ. Πόση είναι η περίμετρός του;

Μονάδες: 6



### Λύση

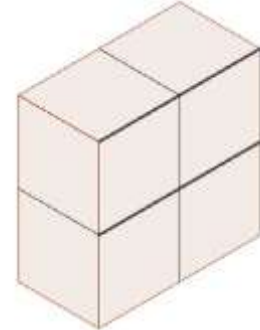
Το κάθε τετράγωνο έχει εμβαδόν  $245 : 5 = 49$  τ. εκ.

Άρα η πλευρά του τετραγώνου είναι 7 εκ. αφού  $7 \cdot 7 = 49$  τ.εκ.

Το πλήθος των ίσων πλευρών του σχήματος είναι 12, άρα η περίμετρος του είναι  $12 \cdot 7 = 84$  εκ.

**Δ3.** Το στερεό που φαίνεται στην εικόνα κατασκευάστηκε από τέσσερις κύβους, που ο καθένας έχει επιφάνεια 42 τ.εκ. Ποια είναι η συνολική επιφάνεια του στερεού;

Μονάδες: 7



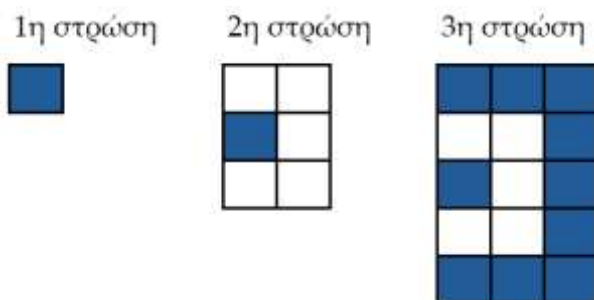
### Λύση

Ο κάθε κύβος έχει 6 έδρες άρα η κάθε έδρα του είναι  $42 : 6 = 7$  τ.εκ.

Η επιφάνεια του στερεού της εικόνας αποτελείται από 16 έδρες.

Άρα, η συνολική επιφάνεια του είναι 112 τ.εκ.

**Δ4.** Στο δάπεδο αναπτύσσεται το παρακάτω γεωμετρικό μοτίβο από άσπρα και γαλάζια πλακάκια.



1<sup>η</sup> στρώση 1 γαλάζιο πλακάκι

2<sup>η</sup> στρώση 5 άσπρα πλακάκια

3<sup>η</sup> στρώση 9 γαλάζια πλακάκια

Πόσα είναι τα πλακάκια της 20<sup>ης</sup> στρώσης;

Μονάδες: 5

### Λύση

1<sup>η</sup> στρώση 1 γαλάζιο πλακάκι

2<sup>η</sup> στρώση 5 άσπρα πλακάκια

3<sup>η</sup> στρώση 9 γαλάζια πλακάκια

4<sup>η</sup> στρώση 13 άσπρα πλακάκια...κ.ο.κ.

Παρατηρούμε ότι κάθε φορά προσθέτουμε 4 πλακάκια

Στην 20<sup>η</sup> στρώση θα έχουμε 19 φορές που προσθέσαμε 4 και ακόμα 1 πλακάκι από την 1<sup>η</sup> στρώση.

Άρα, έχουμε:  $1 + 19 \cdot 4 = 1 + 76 = 77$  πλακάκια.