

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΥΠΟΤΡΟΦΙΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ Α' ΤΑΞΗ ΛΥΚΕΙΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2024-2025

Σάββατο 20 Απριλίου 2024

Διάρκεια εξέτασης και για τα δύο μαθήματα 3 ώρες

Β' ΜΕΡΟΣ (Μαθηματικά)

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις και να μεταφέρετε στο τετράδιο τις απαντήσεις σας

(1) Αν $\alpha + \beta = 5$ τότε $\alpha^2 + \beta^2 = 25$

(2) Ισχύει: $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$

(3) Ισχύει: $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha - \beta)^2 + 2\alpha\beta$

(4) Ισχύει: $x^3 + y^3 + 3xy(x + y) = (x + y)^3$

(5) Ισχύει: $(-x - 2)^2 = -x^2 - 4x - 4$

(6) Ισχύει: $(-\alpha - \beta)(\alpha - \beta) = \beta^2 - \alpha^2$

(7) Η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$, δεν είναι ποτέ αδύνατη αν $\alpha\gamma < 0$

(8) Δυο ορθογώνια τρίγωνα, που έχουν τις οξείες γωνίες τους ίσες μία προς μία, είναι ίσα.

(9) Αν τριπλασιάσουμε τις πλευρές ενός τριγώνου τότε το εμβαδόν του τριπλασιάζεται.

(10) Αν δυο τρίγωνα είναι όμοια τότε είναι ίσα.

Μονάδες: $10 \times 1 = 10$

A2. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$A = (3x + 2)^2 + (x - 2)(x - 3) - 6 - 4(x - 1)^2 + 3x$$

$$B = (2x - 1)^2 - (3 - x)^2 - (x + 1)(2x - 1) + 5$$

Μονάδες: $2 \times 4 = 8$

A3. Αν $x + \frac{1}{x} = 2$ να βρεθούν οι τιμές των παραστάσεων:

(α) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(β) $x^3 + \frac{1}{x^3}$

Μονάδες: $4 + 3 = 7$

ΘΕΜΑ Β

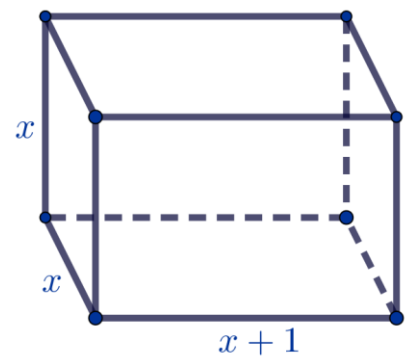
B1. Αν $P(x) = (-5x^2 + 4x - 3) - (x^2 - 2x + 1) + (3x^2 + x)$ και $Q(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, να βρείτε τις τιμές των α, β, γ , ώστε τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ να είναι ίσα.

Μονάδες: 3

B2. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(α) Ο όγκος του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι:

1. $3x + 1$
2. $x^3 + 1$
3. $x^3 + x^2$
4. $x^3 + x$



Μονάδα: 2

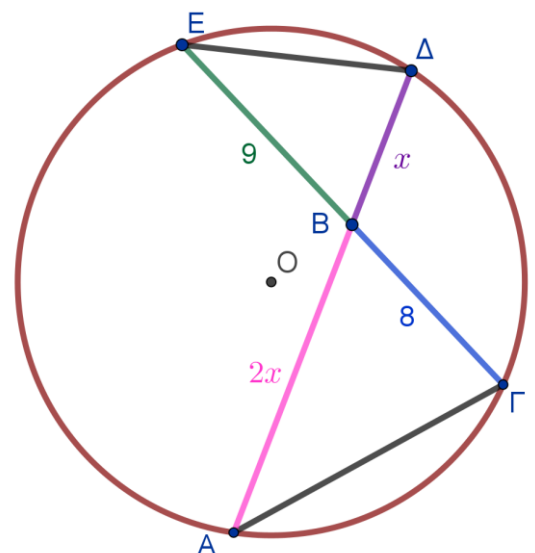
(β) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι:

1. $6x^2 + 4x + 1$
2. $4x^2 + 6x$
3. $6x^2 + 4x + 2$
4. $6x^2 + 4x$

Μονάδα: 2

B3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $EB = 9$ cm, $B\Gamma = 8$ cm, $BA = 2x$ και $B\Delta = x$ να βρεθεί το x (σε cm).

Μονάδες: 10



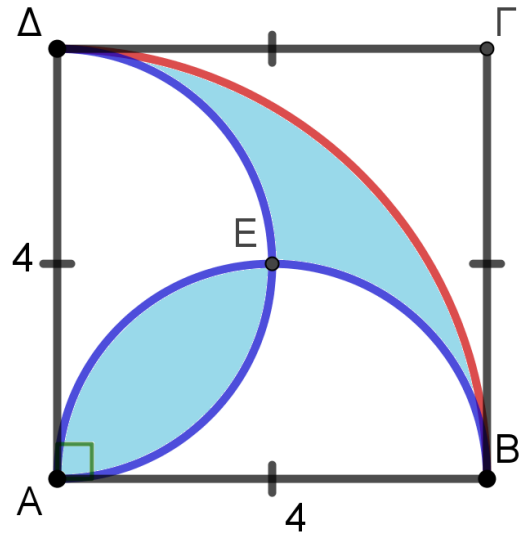
B4. Στο διπλανό σχήμα:

(α) το τετράπλευρο είναι τετράγωνο πλευράς μήκους 4 εκ. (β) οι δύο γαλάζιες γραμμές είναι ημικύκλια διαμέτρου 4 εκ.

(γ) η κόκκινη γραμμή είναι τεταρτοκύκλιο (ένα τέταρτο κύκλου) ακτίνας 4 εκ.

Να υπολογίσετε το εμβαδόν της γαλάζιας περιοχής.

Μονάδες: 8



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνεται η εξίσωση $(\alpha + \gamma)x^2 - 2\beta x + (\alpha - \gamma) = 0$, όπου α, β, γ είναι τα μήκη των πλευρών τριγώνου ABΓ. Αν η εξίσωση έχει μία διπλή λύση, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την πλευρά ΒΓ.

Μονάδες: 5

Γ2. (α) Να συγκρίνετε τους αριθμούς Δ και Ε όπου:

$$\Delta = \sqrt{6 - 3\sqrt{3}} \cdot \sqrt{6 + 3\sqrt{3}} \quad \text{και} \quad E = \frac{3}{5 - \sqrt{10}} + \frac{3}{5 + \sqrt{10}}$$

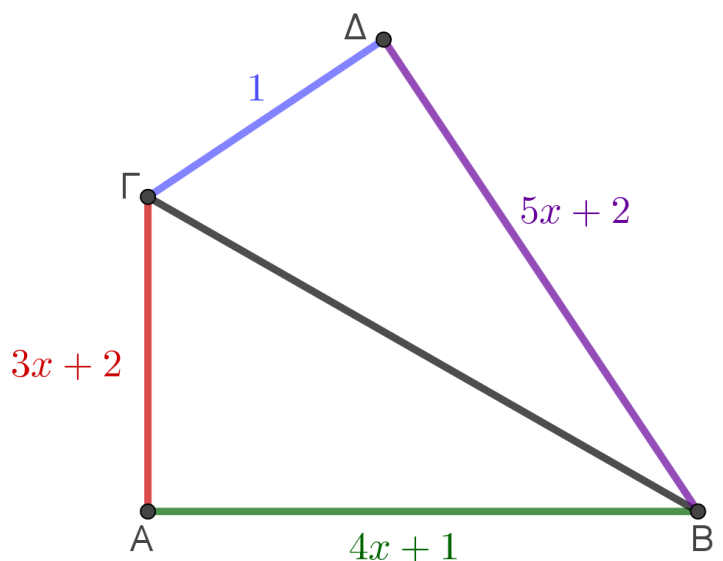
Μονάδες: 3

(β) Να απλοποιήσετε την παράσταση $\Gamma = \sqrt{\Delta^2 + E^2 + (-1)^\Delta + (-2)^E}$

Μονάδες: 3

Γ3. Αν το τρίγωνο ABΓ του διπλανού σχήματος είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$, να αποδείξετε ότι και το τρίγωνο ΒΓΔ είναι ορθογώνιο με ορθή γωνία στην κορυφή Δ.

Μονάδες: 5



Γ4. Δίνεται η εξίσωση: $2x^2 - 8x + 3κ + 2 = 0$

(α) Να βρείτε το $κ$ ώστε η εξίσωση να έχει μια διπλή ρίζα.

Μονάδες: 4

(β) Για $κ = 2$:

(i) Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = -2(x-2)^2 - 4 + 2x^2 - 8x + 3κ + 2$ είναι σταθερό με τιμή -4 .

(ii) Να λύσετε την εξίσωση: $(x-1)^2 + P(x) = 0$

(iii) Να βρείτε την τιμή: $P(\sqrt{2.024} - \sqrt{2.023})$.

Μονάδες: $2 + 2 + 1 = 5$

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι αριθμοί $α = \sqrt{1 + \sqrt{3 + \sqrt{36}}}$, $β = \frac{4^{10}}{2^{18}}$ και το πολυώνυμο

$P(x) = αx^2 + βx + γ$ το οποίο έχει μια διπλή ρίζα.

Δ1. Να βρείτε τα $α, β, γ$

Μονάδες: 6

Δ2. Για $α = 2, β = 4, γ = 2$ και για πολυώνυμο $Q(x) = P(x) - (x+2)^2 - x^2$

(α) Να δείξετε ότι $Q(x)$ είναι σταθερό

Μονάδες: 3

(β) Να λυθεί η εξίσωση $x^2 = Q^2(x)$

Μονάδες: 2

(γ) Να υπολογίσετε το πρόσημο της τιμής $Q(2.023^{2.024})$

Μονάδες: 2

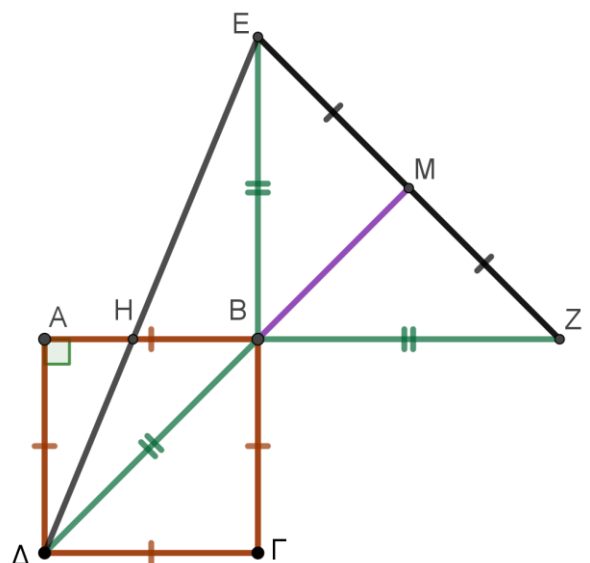
Δ3. Δίνεται τετράγωνο $ΑΒΓΔ$ με πλευρά μήκους $α$ cm. Προεκτείνουμε τις πλευρές $ΑΒ$ και $ΓΒ$ κατά τμήματα $ΒΖ$ και $ΒΕ$ ώστε $ΒΖ = ΒΕ = ΔΒ$. Αν το σημείο $Μ$ είναι το μέσο του $ΕΖ$ και $Η$ το σημείο τομής της $ΔΕ$ με την $ΑΒ$, τότε να δείξετε ότι:

(α) $ΒΔ = α\sqrt{2}$ cm

(β) $ΕΖ = 2α$ cm

(γ) $ΒΜ = α$ cm

(δ) $ΒΗ = α(2 - \sqrt{2})$ cm



(Το σχήμα δεν είναι απαραίτητο να σχεδιαστεί στο τετράδιο των απαντήσεων σας)

Μονάδες: $4 \times 3 = 12$

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

- (1) Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα με όποια σειρά θέλετε.
- (2) Η διάρκεια εξέτασης είναι τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
- (3) Δυνατή αποχώρηση μία (1) ώρα μετά την έναρξη της εξέτασης.
- (4) Να γράψετε τις απαντήσεις μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό.
- (5) Να μη χρησιμοποιήσετε διορθωτικό.