

Ενδεικτικές λύσεις των θεμάτων για τις εξετάσεις υποτροφιών της α' τάξης γυμνασίου του σχολικού έτους 2023-2024

ΘΕΜΑ Α

A1. (α) Να βρείτε ποιοι από τους αριθμούς 12.258, 23.570, 38.653, 47.451 διαιρούνται με τον αριθμό 3.

Μονάδες 4

Λύση:

Το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού 12.258 είναι: $1 + 2 + 2 + 5 + 8 = 18$, αριθμός που διαιρείται με το 3, συνεπώς ο αριθμός 12.258 διαιρείται με τον αριθμό 3.

Το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού 23.570 είναι: $2 + 3 + 5 + 7 + 0 = 17$, αριθμός που δεν διαιρείται με το 3, συνεπώς ο αριθμός 23.570 δεν διαιρείται με τον αριθμό 3.

Το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού 38.653 είναι: $3 + 8 + 6 + 5 + 3 = 25$, αριθμός που δεν διαιρείται με το 3, συνεπώς ο αριθμός 38.653 δεν διαιρείται με τον αριθμό 3.

Το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού 47.451 είναι: $4 + 7 + 4 + 5 + 1 = 21$, αριθμός που διαιρείται με το 3, συνεπώς ο αριθμός 47.451 διαιρείται με τον αριθμό 3.

(β) Να βρείτε ποιοι από τους αριθμούς 1.528, 12.563, 2.504, 28.158 διαιρούνται με τον αριθμό 4.

Μονάδες 4

Λύση:

Τα δύο τελευταία ψηφία του αριθμού 1.528 σχηματίζουν τον αριθμό 28, ο οποίος διαιρείται με τον αριθμό 4, συνεπώς και ο αριθμός 1.528 διαιρείται με τον αριθμό 4.

Τα δύο τελευταία ψηφία του αριθμού 12.563 σχηματίζουν τον αριθμό 63, ο οποίος δεν διαιρείται με τον αριθμό 4, συνεπώς και ο αριθμός 12.563 δεν διαιρείται με τον αριθμό 4.

Τα δύο τελευταία ψηφία του αριθμού 2.504 σχηματίζουν τον αριθμό 4, ο οποίος διαιρείται με τον αριθμό 4, συνεπώς και ο αριθμός 2.504 διαιρείται με τον αριθμό 4.

Τα δύο τελευταία ψηφία του αριθμού 28.158 σχηματίζουν τον αριθμό 58, ο οποίος δεν διαιρείται με τον αριθμό 4, συνεπώς και ο αριθμός 28.158 δεν διαιρείται με τον αριθμό 4.

A2. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

(α) $3,826 : 0,002$

(β) $63 : 1.000$

(γ) $684,32 : 0,47$

Μονάδες 3x2=6

Λύση:

(α) $3,826 : 0,002 = (3,826 \cdot 1.000) : (0,002 \cdot 1.000) = 3.826 : 2 = 1.913$

3 8 2 6	2
- 2	1 9 1 3
1 8	
- 1 8	
0 2	
- 2	
0 6	
- 3	
0	

(β) $63 : 1.000 = 0,063$

(γ) $684,32 : 0,47 = (684,32 \cdot 100) : (0,47 \cdot 100) = 68.432 : 47 = 1.456$

6 8 4 3 2	4 7
- 4 7	1 4 5 6
2 1 4	
- 1 8 8	
2 6 3	
- 2 3 5	
2 8 2	
- 2 8 2	
0	

A3. Να ξαναγράψετε στο τετράδιο σας τις τρεις παρακάτω ισότητες και να συμπληρώσετε τα κενά τους:

$$(α) \frac{3}{7} = \frac{\dots}{56}$$

$$(β) \frac{\dots}{36} = \frac{24}{32}$$

$$(γ) \frac{16}{24} = \frac{\dots}{21}$$

Μονάδες 3x2=6

Λύση:

$$(α) \frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 8}{7 \cdot 8} = \frac{24}{56} \text{ συνεπώς ο αριθμός που λείπει είναι ο 24.}$$

$$(β) \frac{24}{32} = \frac{24:8}{32:8} = \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 9}{4 \cdot 9} = \frac{27}{36} \text{ συνεπώς ο αριθμός που λείπει είναι ο 27.}$$

$$(γ) \frac{16}{24} = \frac{16:8}{24:8} = \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{14}{21} \text{ συνεπώς ο αριθμός που λείπει είναι ο 14.}$$

A4. Να γράψετε με τη μορφή κλασμάτων με μονοψήφιο αριθμητή και παρονομαστή, τους δεκαδικούς αριθμούς 1,2 και 0,75.

Μονάδες 2x2=4

Λύση:

$$1,2 = \frac{12}{10} = \frac{12:2}{10:2} = \frac{6}{5}$$

$$0,75 = \frac{75}{100} = \frac{75:25}{100:25} = \frac{3}{4}$$

A.5. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{28}{21} + \frac{28}{12} - \frac{18}{27}$.

Μονάδες 3

Λύση:

$$A = \frac{28}{21} + \frac{28}{12} - \frac{18}{27} = \frac{28:7}{21:7} + \frac{28:4}{12:4} - \frac{18:9}{27:9} = \frac{4}{3} + \frac{7}{3} - \frac{2}{3} = \frac{11}{3} - \frac{2}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

ΘΕΜΑ Β

B.1. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\Lambda = \left(2 + \frac{4}{12} \right) : \frac{28}{12} + (3^4 - 2^6) : (2^4 + 1).$$

Μονάδες 4

Λύση:

$$\Lambda = \left(2 + \frac{4}{12}\right) : \frac{28}{12} + (3^4 - 2^6) : (2^4 + 1) = \left(2 + \frac{4:4}{12:4}\right) : \frac{28:4}{12:4} + (81 - 64) : (16 + 1) =$$

$$= \left(2 + \frac{1}{3}\right) : \frac{7}{3} + 17 : 17 = \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{7} + 1 = 1 + 1 = 2.$$

B.2. Να ξαναγράψετε στο τετράδιο σας τις παρακάτω παραστάσεις και να συμπληρώσετε στο κενό (με τις 3 τελίτσες) το σύμβολο που ταιριάζει: <, >, =

(α) $6 \cdot 9 + 3 \dots 7 \cdot 8 + 18$ (β) $4^2 \dots 2^4$ (γ) $\frac{19}{7} \dots \frac{19}{28}$

(δ) $7\frac{1}{2} \dots 7,5$ (ε) $\frac{72}{100} \dots 0,71$ (στ) $\left(\frac{13}{39} : \frac{19}{57}\right) \dots 1$

Μονάδες 6x1=6

Λύση:

(α) $6 \cdot 9 + 3 \dots 7 \cdot 8 + 18$ ή $54 + 3 \dots 56 + 18$ ή $57 \dots 74$, άρα $6 \cdot 9 + 3 < 7 \cdot 8 + 18$

(β) $4^2 \dots 2^4$ ή $16 \dots 16$, άρα $4^2 = 2^4$

(γ) $\frac{19}{7} > \frac{19}{28}$

(δ) $7\frac{1}{2} \dots 7,5$ ή $\frac{15}{2} \dots \frac{75}{10}$ ή $\frac{15}{2} \dots \frac{75:5}{10:5}$ ή $\frac{15}{2} \dots \frac{15}{2}$, άρα $7\frac{1}{2} = 7,5$

(ε) $\frac{72}{100} \dots 0,71$ ή $\frac{72}{100} \dots \frac{71}{100}$, άρα $\frac{72}{100} > 0,71$

(στ) $\frac{13}{39} : \frac{19}{57} \dots 1$ ή $\frac{13:13}{39:13} : \frac{19:19}{57:19} \dots 1$ ή $\frac{1}{3} : \frac{1}{3} \dots 1$ ή $1 \dots 1$, άρα $\frac{13}{39} : \frac{19}{57} = 1$

B.3. Να βρείτε το Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη (Μ.Κ.Δ.) και το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) των αριθμών 336, 126 και 216.

Μονάδες 2x3=6

Λύση:

$$\begin{array}{r|l} 336 & 2 \\ 168 & 2 \\ 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 216 & 2 \\ 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Άρα:

$$336 = 2^4 \cdot 3 \cdot 7$$

$$126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$216 = 2^3 \cdot 3^3$$

Συνεπώς:

$$\text{Μ.Κ.Δ.}(336, 126, 213) = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\text{Ε.Κ.Π.}(336, 126, 213) = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 7 = 16 \cdot 27 \cdot 7 = 3.024$$

B.4. Να λύσετε την εξίσωση $\left(3\frac{2}{3} + \frac{7}{21}\right) + 2x = \frac{96}{2^3}$.

Μονάδες 5

Λύση:

$$\left(3\frac{2}{3} + \frac{7:7}{21:7}\right) + 2x = \frac{96}{2^3}$$

$$\left(\frac{11}{3} + \frac{1}{3}\right) + 2x = \frac{96}{8}$$

$$\frac{12}{3} + 2x = 12$$

$$4 + 2x = 12$$

$$\cancel{4} + 2x - \cancel{4} = 12 - 4$$

$$2x = 8$$

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{8}{2}$$

$$x = 4$$

B.5. Ο παππούς Περίανδρος μοίρασε τα 340 στρέμματα της περιουσίας του στα τρία του εγγόνια του, τον Ηρακλή, τον Φίλιππο και τον Αλέξανδρο.

Ο Ηρακλής πήρε το $\frac{1}{2}$ της περιουσίας και τα άλλα δυο εγγόνια μοιράστηκαν το υπόλοιπο ανάλογα με την ηλικία τους. Ο Φίλιππος ήταν 18 ετών και ο Αλέξανδρος 16 ετών. Πόσα στρέμματα πήρε το καθένα εγγόνι;

Μονάδες 3x2=6

Λύση:

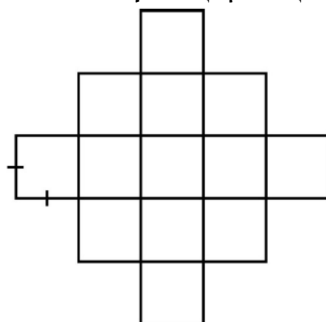
Ο Ηρακλής πήρε $\frac{1}{2} \cdot 340 = 170$ στρέμματα.

Ο Φίλιππος πήρε $\frac{18}{18+16} \cdot (340 - 170) = \frac{18}{34} \cdot \overset{5}{\cancel{170}} = 90$ στρέμματα.

Ο Αλέξανδρος πήρε $\frac{16}{18+16} \cdot (340 - 170) = \frac{16}{34} \cdot \overset{5}{\cancel{170}} = 80$ στρέμματα.

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1. Το εμβαδόν του παρακάτω σχήματος που αποτελείται από ίσα τετράγωνα είναι 208 τ.εκ. Πόσα εκατοστά είναι η περίμετρός του;



Μονάδες 8

Λύση:

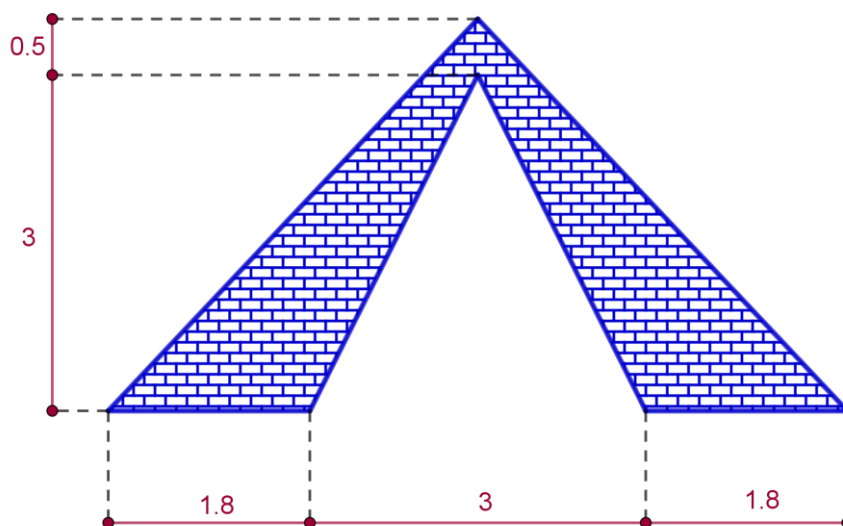
Το σύνολο των ίσων τετραγώνων είναι 13.

Συνεπώς το εμβαδόν του κάθε τετραγώνου είναι $208 : 13 = 16$ τ.εκ.

Έτσι η πλευρά κάθε τετραγώνου είναι $16 : 4 = 4$ εκ.

Άρα η περίμετρος του σχήματος είναι $20 \cdot 4 = 80$ εκ.

Γ.2. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του παρακάτω σχήματος. Οι διαστάσεις που δίνονται είναι σε εκ.



Μονάδες 8

Λύση:

$$E = \frac{(1,8 + 3 + 1,8) \cdot (3 + 0,5)}{2} - \frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{6,6 \cdot 3,5}{2} - \frac{9}{2} = \frac{23,1}{2} - \frac{9}{2} = \frac{14,1}{2} = 7,05 \text{ τ.εκ.}$$

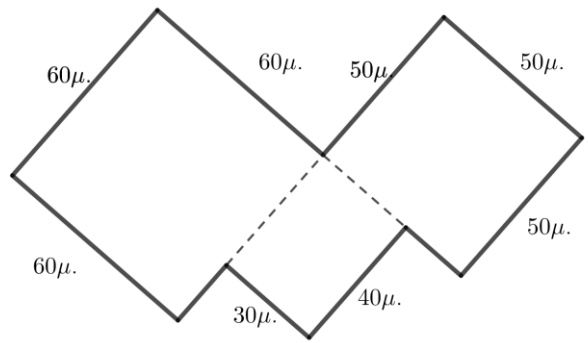
Γ.3. Στο διπλανό σχήμα έχουμε ένα χωράφι που σχηματίζεται από δύο τετράγωνα και ένα ορθογώνιο.

Το μεγάλο τετράγωνο έχει πλευρά 60 μ.

Το μικρό τετράγωνο έχει πλευρά 50 μ.

Το ορθογώνιο έχει μήκος 40 μ. και πλάτος 30 μ.

(α) Να υπολογίσεις την περίμετρο και το εμβαδόν του χωραφιού.



Μονάδες 2x2=4

Λύση:

Η περίμετρος του είναι όση και η περίμετρος των δύο τετραγώνων, άρα:

$$\Pi = 4 \cdot 60 + 4 \cdot 50 = 240 + 200 = 440 \text{ μ.}$$

Το εμβαδόν είναι το άθροισμα των εμβαδών των δύο τετραγώνων και του ορθογωνίου, άρα:

$$E = 60^2 + 50^2 + 30 \cdot 40 = 3.600 + 2.500 + 1.200 = 7.300 \text{ τ.μ.}$$

(β) Προκειμένου να το περιφράξουμε πρέπει να τοποθετήσουμε πασσάλους ύψους 1,5 μέτρου ανά 2 μέτρα. Πόσους πασσάλους θα χρειαστούμε;

Μονάδες 2

Λύση:

Θα χρειαστούμε $440 : 2 = 220$ πασσάλους

(γ) Αν χρησιμοποιήσουμε τους πιο πάνω πασσάλους που ο καθένας κοστίζει 1,45 € και σύρμα περίφραξης ύψους όσο και οι πάσσαλοι που κοστίζει 0,25 € το τετραγωνικό μέτρο, πόσο θα κοστίσει ολόκληρη η περίφραξη;

Μονάδες 3

Λύση:

Όλη η περίφραξη θα κοστίσει $220 \cdot 1,45 + (440 \cdot 1,5) \cdot 0,25 = 319 + 165 = 484 \text{ €}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1. Δυο αδέρφια ήθελαν να αγοράσουν ένα ποδήλατο. Ο πρώτος αδερφός διέθετε τα $\frac{3}{7}$ της αξίας του ποδηλάτου και ο δεύτερος τα $\frac{3}{4}$ όσων διέθετε ο πρώτος. Τους έλειπαν όμως 56 €.

(α) Πόσο κόστιζε το ποδήλατο;

Μονάδες 6

(β) Πόσα χρήματα διέθετε κάθε παιδί;

Μονάδες 2x2=4

Λύση:

Το ποσό των 56 € αντιπροσωπεύει το

$$1 - \left(\frac{3}{7} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{7} \right) = 1 - \left(\frac{3}{7} + \frac{9}{28} \right) = 1 - \left(\frac{12}{28} + \frac{9}{28} \right) = 1 - \frac{21}{28} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

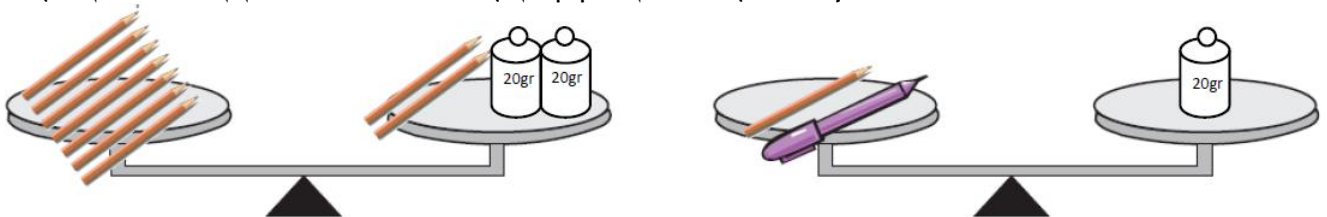
της αξίας του ποδηλάτου.

(α) Το κόστος του ποδηλάτου είναι $4 \cdot 56 = 224$ €.

(β) Το πρώτο παιδί διέθεσε το ποσό των $\frac{3}{7} \cdot 224 = 3 \cdot 32 = 96$ €.

Το δεύτερο παιδί διέθεσε το ποσό των $\frac{3}{4} \cdot 96 = 3 \cdot 24 = 72$ €.

Δ.2. Στις παρακάτω ζυγαριές υπάρχουν μολύβια, μία πένα και σταθμά. Οι ζυγαριές ισορροπούν. Πόσα γραμμαάρια ζυγίζει η πένα;



Μονάδες 5

Λύση:

Συμβολίζοντας με το γράμμα μ το κάθε μολύβι από την αριστερή ζυγαριά έχουμε: $7\mu = 2\mu + 2 \cdot 20$ ή $7\mu - 2\mu = 40$ ή $5\mu = 40$ ή $\mu = 8$ gr.

Συμβολίζοντας με το γράμμα π την πένα από τη δεξιά ζυγαριά έχουμε: $\mu + \pi = 20$ ή $8 + \pi = 20$ ή $\pi = 20 - 8$ ή $\pi = 12$ gr.

Συνεπώς η πένα ζυγίζει 12 gr.

Δ.3.

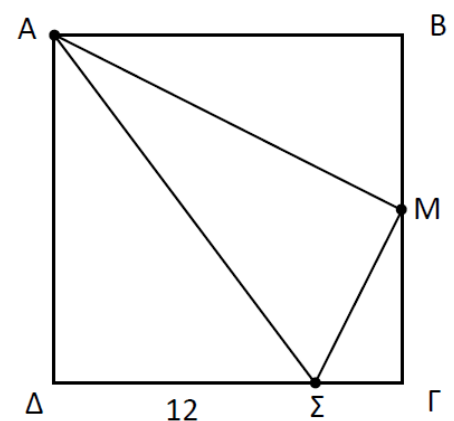
Το σχήμα ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο. Το σημείο Μ χωρίζει την πλευρά ΒΓ σε δύο ίσα μέρη και ισχύει ΔΣ = 12 εκ. Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΣ είναι 96 τ.εκ.

(α) Να βρείτε την πλευρά του τετραγώνου ΑΒΓΔ.

(β) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΣΓΜ.

(γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΜ.

(δ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΣΜ.



Λύση:

$$(\alpha) (A\Delta\Sigma) = \frac{\Delta\Sigma \cdot A\Delta}{2} \text{ ή } 96 = \frac{12 \cdot A\Delta}{2} \text{ ή } 96 = 6 \cdot A\Delta \text{ ή } A\Delta = 16 \text{ εκ.}$$

$$(\beta) (\Sigma\Gamma\text{M}) = \frac{\Sigma\Gamma \cdot \Gamma\text{M}}{2} \text{ ή } (\Sigma\Gamma\text{M}) = \frac{(16-12) \cdot \frac{16}{2}}{2} \text{ ή } (\Sigma\Gamma\text{M}) = \frac{4 \cdot 8}{2} \text{ ή } (\Sigma\Gamma\text{M}) = 16 \text{ τ.εκ.}$$

$$(\gamma) (A\text{B}\text{M}) = \frac{A\text{B} \cdot \text{B}\text{M}}{2} \text{ ή } (A\text{B}\text{M}) = \frac{16 \cdot \frac{16}{2}}{2} \text{ ή } (A\text{B}\text{M}) = \frac{16 \cdot 8}{2} \text{ ή } (A\text{B}\text{M}) = 64 \text{ τ.εκ.}$$

$$(\delta) (A\Sigma\text{M}) = (A\text{B}\Gamma\Delta) - (A\Delta\Sigma) - (\Sigma\Gamma\text{M}) - (A\text{B}\text{M})$$

$$(A\Sigma\text{M}) = 16^2 - 96 - 16 - 64$$

$$(A\Sigma\text{M}) = 256 - 96 - 16 - 64$$

$$(A\Sigma\text{M}) = 160 - 16 - 64$$

$$(A\Sigma\text{M}) = 144 - 64$$

$$(A\Sigma\text{M}) = 80 \text{ τ.εκ.}$$