

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΥΠΟΤΡΟΦΙΩΝ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2022-2023
ΓΙΑ ΤΗΝ Α' ΤΑΞΗ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Α' ΜΕΡΟΣ (Μαθηματικά)

Ενδεικτικές Λύσεις

ΘΕΜΑ Α

A1. Να βρείτε ποιοι από τους αριθμούς 1.539, 2.028, 4.032, 5.751 διαιρούνται με το 9 και ποιοι με το 4.

Μονάδες 2x3=6

Λύση:

Από την θεωρία γνωρίζουμε ότι

- ✓ ένας αριθμός διαιρείται με το 9 όταν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 9. Συνεπώς με το 9 διαιρούνται οι αριθμοί: 1.539, 4.032 και 5.751
- ✓ ένας αριθμός διαιρείται με το 4 αν τα τελευταία δύο ψηφία σχηματίζουν αριθμό που διαιρείται με το 4. Συνεπώς με το 4 διαιρούνται οι αριθμοί: 2.028 και 4.032

A2. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

(α) $18,21 : 0,01$ (β) $23 : 1.000$ (γ) $403,2 : 0,36$

Μονάδες 3x2=6

Λύση:

(α) $18,21 : 0,01 = (18,21 \cdot 100) : (0,01 \cdot 100) = 1.821 : 1 = 1.821$

(β) $23 : 1.000 = 0,023$

(γ) $403,2 : 0,36 = (403,2 \cdot 100) : (0,36 \cdot 100) = 40.320 : 36$

4	0	3	2	0	3	6
-	3	6			1	1
<hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/>						
	4	3			2	0
	-	3	6			
	<hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/>					
		7	2			
		-	7	2		
		<hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/>				
			0	0		

Συνεπώς $403,2 : 0,36 = 1.120$

A3. Να ξαναγράψετε στο τετράδιο σας τις τρεις παρακάτω ισότητες και να συμπληρώσετε τα κενά τους:

$$(α) \frac{8}{12} = \frac{\dots}{9}$$

$$(β) \frac{\dots}{28} = \frac{12}{16}$$

$$(γ) \frac{4}{5} = \frac{\dots}{25}$$

Μονάδες 3x2=6

Λύση:

$$(α) \frac{8}{12} = \frac{8:4}{12:4} = \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{6}{9}$$

$$(β) \frac{12}{16} = \frac{12:4}{16:4} = \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 7} = \frac{21}{28}$$

$$(γ) \frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 5}{5 \cdot 5} = \frac{20}{25}$$

A4. Να γράψετε με τη μορφή κλασμάτων με μονοψήφιο αριθμητή και παρονομαστή, τους δεκαδικούς αριθμούς 1,6 και 0,25.

Μονάδες 2x2=4

Λύση:

$$1,6 = \frac{16}{10} = \frac{16:2}{10:2} = \frac{8}{5}$$

$$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{25:25}{100:25} = \frac{1}{4}$$

A.5. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $K = \frac{12}{8} + \frac{35}{14} - \frac{9}{18}$.

Μονάδες 3

Λύση:

$$K = \frac{12}{8} + \frac{35}{14} - \frac{9}{18} = \frac{12:4}{8:4} + \frac{35:7}{14:7} - \frac{9:9}{18:9} = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = \frac{8}{2} - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

ΘΕΜΑ Β

B.1. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\Lambda = \left(3 + \frac{1}{2}\right) : 3,5 + (5^2 - 2^4) : (2^3 + 1).$$

Μονάδες 4

Λύση:

$$\begin{aligned} \Lambda &= \left(3 + \frac{1}{2}\right) : 3,5 + (5^2 - 2^4) : (2^3 + 1) = \frac{7}{2} : \frac{35}{10} + (25 - 16) : (8 + 1) = \frac{7}{2} : \frac{7}{2} + 9 : 9 = \\ &= 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

B.2. Να ξαναγράψετε στο τετράδιο σας τις παρακάτω παραστάσεις και να συμπληρώσετε στο κενό (με τις 3 τελίτσες) το σύμβολο που ταιριάζει: <, >, =

- (α) $7 \cdot 8 + 2 \dots 6 \cdot 9 + 4$ (β) $3^2 \dots 2^3$
 (γ) $\frac{9}{10} \dots \frac{9}{8}$ (δ) $6\frac{1}{2} \dots 6,5$
 (ε) $\frac{52}{100} \dots 0,51$ (στ) $\frac{12}{24} : \frac{14}{28} \dots 1$

Μονάδες 6x3=18

Λύση:

(α) $7 \cdot 8 + 2 \dots 6 \cdot 9 + 4$ ή $56 + 2 \dots 54 + 4$ ή $58 \dots 58$. Άρα $7 \cdot 8 + 2 = 6 \cdot 9 + 4$

(β) $3^2 \dots 2^3$ ή $9 \dots 8$. Άρα $3^2 > 2^3$

(γ) $\frac{9}{10} < \frac{9}{8}$

(δ) $6\frac{1}{2} \dots 6,5$ ή $\frac{13}{2} \dots \frac{65}{10}$ ή $\frac{13 \cdot 5}{2 \cdot 5} \dots \frac{65}{10}$ ή $\frac{65}{10} \dots \frac{65}{10}$. Άρα $6\frac{1}{2} = 6,5$

(ε) $\frac{52}{100} \dots 0,51$ ή $\frac{52}{100} \dots \frac{51}{100}$. Άρα $\frac{52}{100} > 0,51$

(στ) $\frac{12}{24} : \frac{14}{28} \dots 1$ ή $\frac{12:12}{24:12} : \frac{14:14}{28:14} \dots 1$ ή $\frac{1}{2} : \frac{1}{2} \dots 1$ ή $1 \dots 1$. Άρα $\frac{12}{24} : \frac{14}{28} = 1$

B.3. Να βρείτε τον Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη (Μ.Κ.Δ.) και το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) των αριθμών 360, 150 και 30.

Μονάδες 2x3=6

Λύση:

360	2	150	2	30	2
180	2	75	3	15	3
90	2	25	5	5	5
45	3	5	5	1	
15	3	1			
5	5				
1					

Άρα:

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

Συνεπώς:

$$\text{Μ.Κ.Δ.}(360, 150, 30) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 6 \cdot 5 = 30$$

$$\text{Ε.Κ.Π.}(360, 150, 30) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 8 \cdot 9 \cdot 25 = 72 \cdot 25 = 1.800$$

B.4. Να λύσετε την εξίσωση $\left(1\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) - x = \frac{5}{2^2}$.

Μονάδες 3

Λύση:

$$\left(1\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) - x = \frac{5}{2^2}$$

$$\left(\frac{7}{4} + \frac{1}{2}\right) - x = \frac{5}{4}$$

$$\left(\frac{7}{4} + \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2}\right) - x = \frac{5}{4}$$

$$\left(\frac{7}{4} + \frac{2}{4}\right) - x = \frac{5}{4}$$

$$\frac{9}{4} - x = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{9}{4} - \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{4}{4}$$

$$x = 1$$

B.5. Από τους μαθητές μιας τάξης, το ένα τρίτο πηγαίνει στο σχολείο με τα πόδια, το ένα τέταρτο χρησιμοποιεί ποδήλατο, το ένα έκτο πηγαίνει με λεωφορείο και οι υπόλοιποι 9 μαθητές πηγαίνουν με το αυτοκίνητο των γονιών τους.

Να βρείτε πόσους μαθητές έχει η τάξη αυτή.

Μονάδες 5

Λύση:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{9}{12} = \frac{9 : 3}{12 : 3} = \frac{3}{4}$$

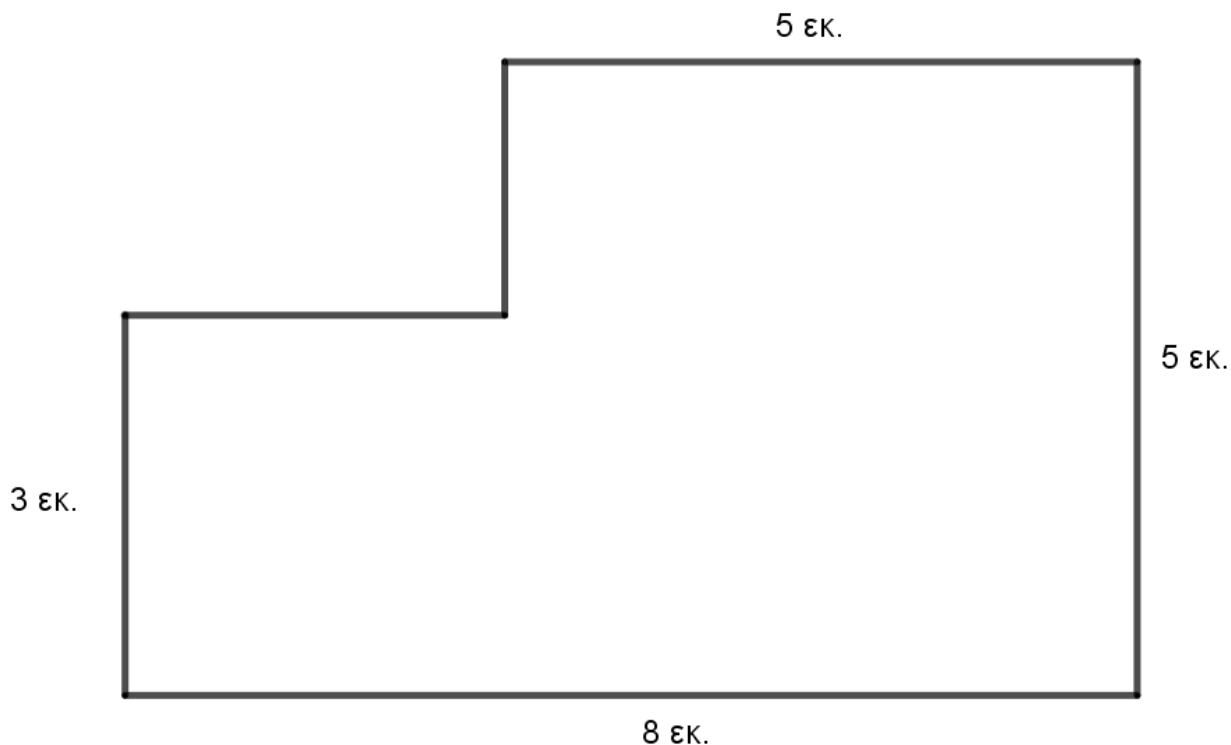
Άρα οι υπόλοιποι 9 μαθητές πηγαίνουν με το αυτοκίνητο των γονιών τους

εκφράζουν το $1 - \frac{3}{4} = \frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ των μαθητών όλης της τάξης.

Συνεπώς η τάξη έχει $4 \cdot 9 = 36$ μαθητές.

ΘΕΜΑ Γ

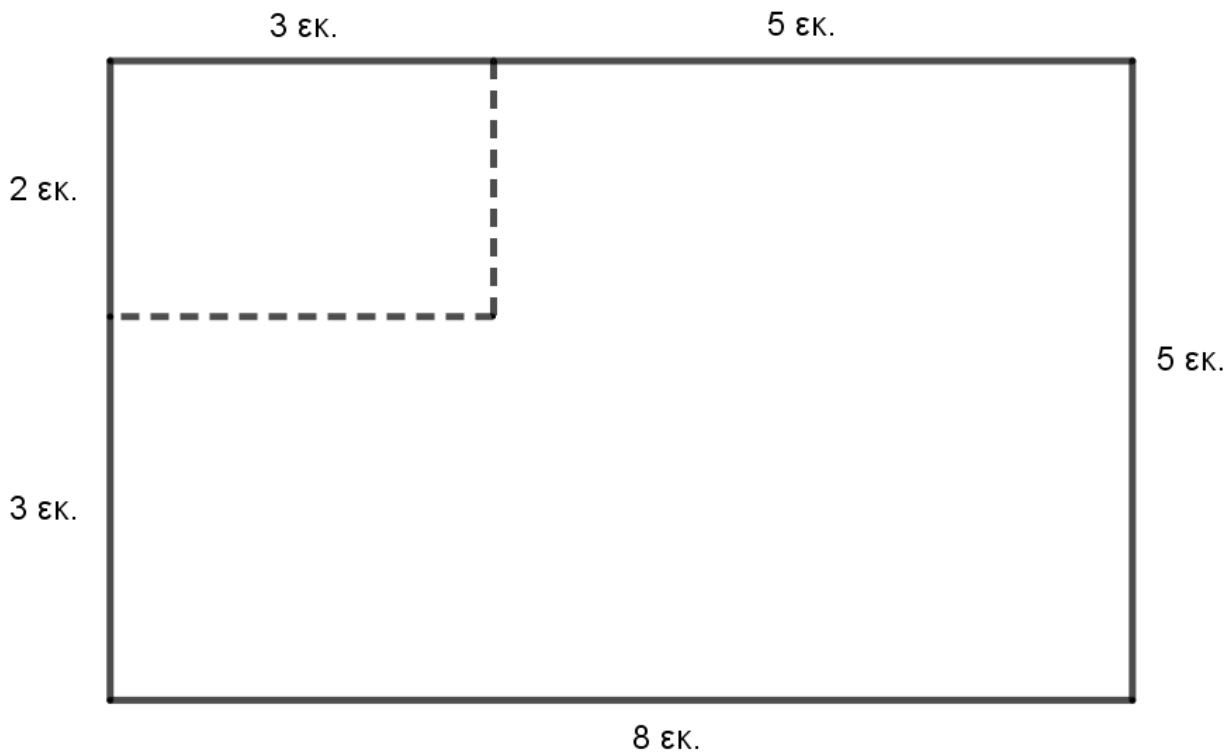
Γ.1. Να βρεθεί η περίμετρος και το εμβαδόν του παρακάτω σχήματος.



Μονάδες 2x5=10

Λύση:

Με παράλληλη μετατόπιση δύο τμημάτων το σχήμα γίνεται όπως παρακάτω:



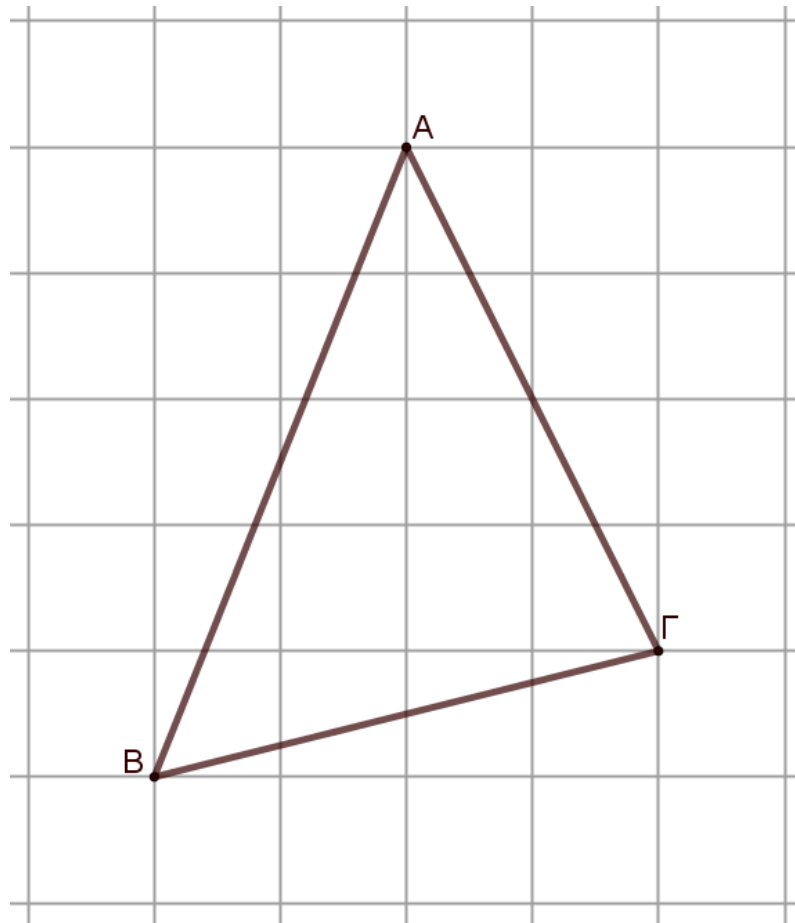
Συνεπώς

- ✓ η περίμετρος του είναι $\Pi = 2 \cdot (8 + 5) = 2 \cdot 13 = 26$ εκ.
- ✓ το εμβαδόν του είναι $E = 8 \cdot 5 - 2 \cdot 3 = 40 - 6 = 34$ τ. εκ.

Γ.2. Στο παρακάτω σχήμα κάθε τετράγωνο του πλέγματος έχει πλευρά 1 εκατοστό.

Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

Μονάδες 10



Λύση:

Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ, αρκεί από το εμβαδόν του ορθογωνίου ΒΖΕΔ να αφαιρέσουμε τα εμβαδά των τριγώνων ΒΖΓ, ΓΕΑ και ΑΔΒ. Έτσι:

$$(ΑΒΓ) = (ΒΖΕΔ) - (ΒΖΓ) - (ΓΕΑ) - (ΑΔΒ)$$

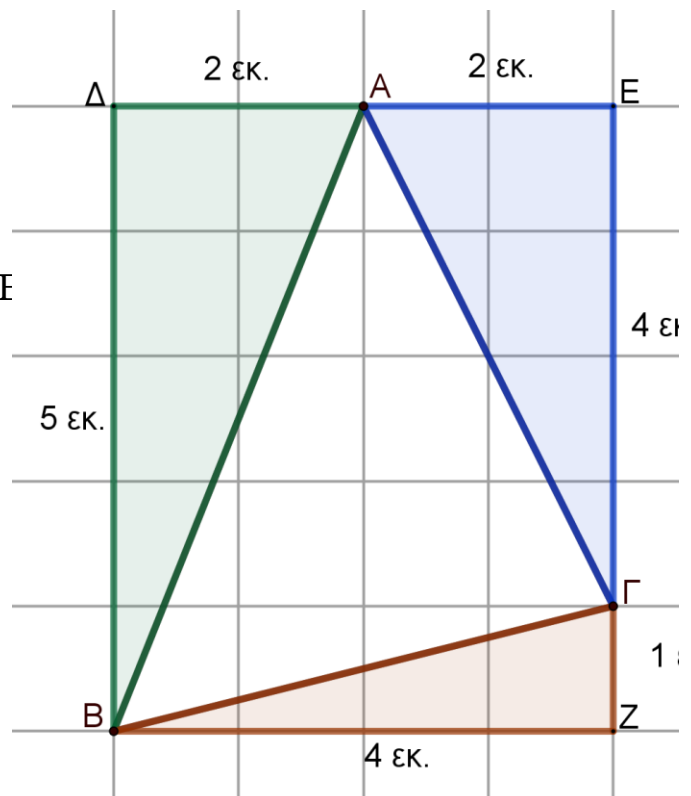
$$(ΑΒΓ) = 4 \cdot 5 - \frac{4 \cdot 1}{2} - \frac{2 \cdot 4}{2} - \frac{2 \cdot 5}{2}$$

$$(ΑΒΓ) = 20 - 2 - 4 - 5$$

$$(ΑΒΓ) = 18 - 4 - 5$$

$$(ΑΒΓ) = 14 - 5$$

$$(ΑΒΓ) = 9 \text{ τ. εκ.}$$



ΘΕΜΑ Δ

Δ.1. Σε ένα σχολείο τα αγόρια είναι 40 και τα κορίτσια είναι 10 περισσότερα από τα αγόρια. Ποιος είναι ο λόγος των αγοριών προς τα κορίτσια;

(i) $\frac{4}{9}$

(ii) $\frac{4}{5}$

(iii) $\frac{5}{9}$

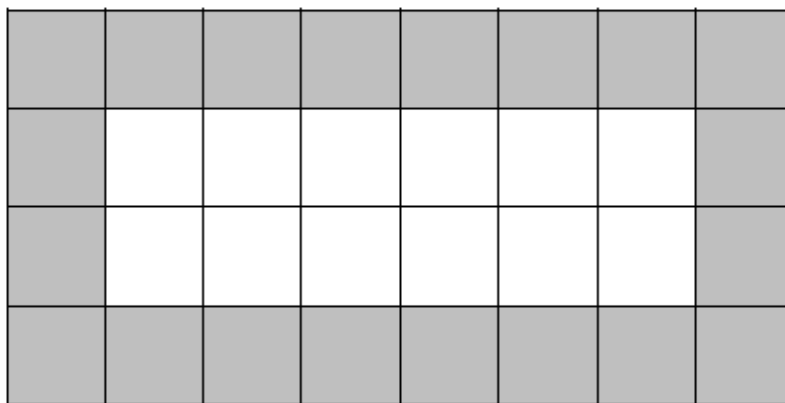
(iv) $\frac{4}{10}$

Μονάδες 4

Λύση:

Τα αγόρια είναι 40 και τα κορίτσια είναι $40 + 10 = 50$. Συνεπώς ο λόγος των αγοριών προς τα κορίτσια είναι $\frac{40}{50} = \frac{40 : 10}{50 : 10} = \frac{4}{5}$

Δ.2. Ποιο ποσοστό % στο παρακάτω σχήμα είναι χρωματισμένο;



Μονάδες 5

Λύση:

Το σύνολο των τετραγώνων του σχήματος είναι $8 \cdot 4 = 32$. Το σύνολο των χρωματισμένων τετραγώνων είναι $32 - 6 \cdot 2 = 32 - 12 = 20$.

Συνεπώς το ποσοστό % που είναι χρωματισμένο στο σχήμα είναι

$$\frac{20}{32} \cdot 100 = \frac{2.000}{32} = 62,5 \%$$

Δ.3. Σε ένα τετράγωνο ΑΒΓΔ, με μήκος πλευράς x εκατοστά, προεκτείνουμε όλες τις πλευρές του κατά 5 εκατοστά, (όπως φαίνεται στο σχήμα), οπότε προκύπτει ένα νέο τετράγωνο ΘΕΖΗ πλευράς y. Τα τρίγωνα ΘΑΕ, ΕΒΖ, ΖΓΗ και ΗΔΘ είναι όλα ορθογώνια, ίσα μεταξύ τους και το καθένα από αυτά έχει εμβαδόν 30 τετραγωνικά εκατοστά. Να υπολογίσετε:

(α) Το μήκος ΑΕ

(β) Την πλευρά x του τετραγώνου ΑΒΓΔ.

(γ) Το εμβαδόν του τετραγώνου ΘΕΖΗ

(δ) Την πλευρά y του τετραγώνου ΘΕΖΗ.

(ε) Δείξτε ότι η απόσταση ΑΙ της κορυφής Α από την πλευρά ΘΕ είναι ίση με $\frac{60}{13}$.

Μονάδες 5x2=10

Λύση:

(α) Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΕΘ είναι:

$$(ΑΕΘ) = 30$$

$$\frac{ΑΕ \cdot ΑΘ}{2} = 30$$

$$ΑΕ \cdot 5 = 30 \cdot 2$$

$$ΑΕ \cdot 5 = 60$$

$$ΑΕ = 60 : 5$$

$$ΑΕ = 12 \text{ εκ.}$$

(β) $x = ΑΕ - ΒΕ = 12 - 5 = 7 \text{ εκ.}$

(γ) Το εμβαδόν του τετραγώνου ΘΕΖΗ μπορούμε να το βρούμε αν αθροίσουμε το εμβαδόν του τετραγώνου ΑΒΓΔ, που είναι $7^2 = 49 \text{ τ. εκ.}$ και τα τέσσερα ίσα ορθογώνια τρίγωνα με εμβαδόν 30 τ.μ.

Συνεπώς:

$$(ΘΕΖΗ) = 49 + 4 \cdot 30 = 49 + 120 = 169 \text{ τ. εκ.}$$

(δ) $(ΘΕΖΗ) = 169$

$$y^2 = 169$$

$$y = 13$$

(ε) $(ΑΕΘ) = 30$

$$\frac{13 \cdot ΑΙ}{2} = 30$$

$$13 \cdot ΑΙ = 60$$

$$ΑΙ = \frac{60}{13} \text{ εκ.}$$

