

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΥΠΟΤΡΟΦΙΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ Α' ΤΑΞΗ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2025-2026

Σάββατο 10 Μαΐου 2025

Διάρκεια εξέτασης και για τα δύο μαθήματα 3 ώρες

Β' ΜΕΡΟΣ (Μαθηματικά)

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις και να μεταφέρετε στο τετράδιο τις απαντήσεις σας

(1) Σε κάθε τρίγωνο ισχύει $\sin(A + B) = -\sin \Gamma$

(2) Ο λόγος ομοιότητας δύο όμοιων πολυγώνων είναι ίσος με τον λόγο των περιμέτρων τους.

(3) $(-\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2$

(4) Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι πάντοτε όμοια.

(5) Η διάμεσος ενός τριγώνου είναι ύψος και διχοτόμος.

(6) Αν $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 0$, τότε $x = 2$ και $y = -1$.

(7) Αν για μία εξίσωση 2^{ου} βαθμού ισχύει ότι $\Delta \geq 0$, τότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες.

(8) Αν $\eta_{\mu\omega} = 1$, τότε $\sin \omega = 0$.

(9) Αν διπλασιάσουμε την ακτίνα ενός κύκλου τότε το εμβαδόν του διπλασιάζεται.

(10) Δεν υπάρχει γωνία ω με $\sin \omega = \frac{3}{2}$.

Μονάδες: $10 \times 1 = 10$

A2. Αν $x = 10^{-3}$ και $y = -0,1^{-2}$ να υπολογίσετε την παράσταση

$$A = (x^3 \cdot y^{-1})^2 : [x^{-1} \cdot y(x^3 \cdot y^{-3})^{-1}]^{-2}$$

Μονάδες: 7

A3. Δίνεται η παράσταση $A = \left(\frac{1}{x^3 - 4x^2 + 4x} - \frac{1}{2x^3 - 8x} \right) : \frac{x+6}{2x^2 + 4x}$.

(α) Να αποδείξετε ότι $A = \frac{1}{(x-2)^2}$.

(β) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{1}{A} = 25$.

Μονάδες: $2 \times 4 = 8$

ΘΕΜΑ Β

B1. Να αποδείξετε ότι $\frac{\sin \alpha}{1 - \eta \mu \alpha} + \frac{1 - \eta \mu \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}$

Μονάδες: 4

B2. Αν για μια γωνία ω ισχύουν: $90^\circ < \omega < 180^\circ$ και $4\epsilon\phi\omega + 3 = 0$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{5\eta\mu(180^\circ - \omega) - 4\epsilon\phi(180^\circ - \omega)}{10\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega)}$.

Μονάδες: 7

B.3 Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1 : -2x + 3y = 0$ και $\epsilon_2 : y = -x + 5$ οι οποίες τέμνονται στο σημείο B, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

(α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων που τέμνει η ϵ_2 τους άξονες.

Μονάδες: 4

(β) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο.

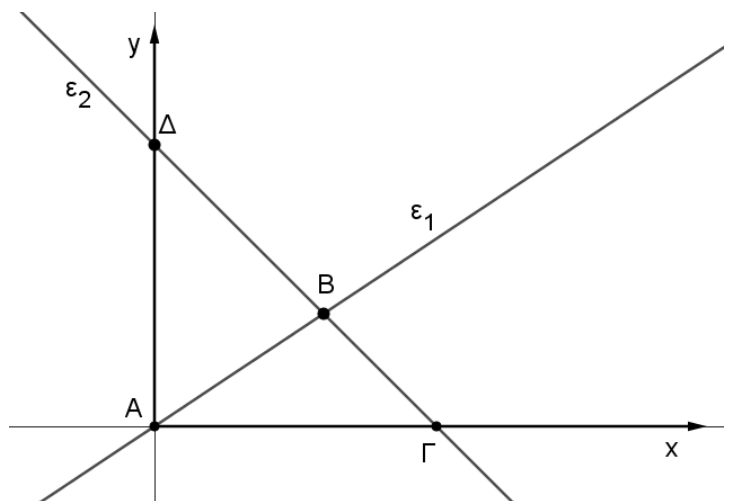
Μονάδες: 6

(γ) Ποια από τις δύο ευθείες εκφράζει ανάλογα ποσά;

Μονάδες: 3

(δ) Να γράψετε μια ευθεία που να είναι παράλληλη στην ϵ_2 .

Μονάδες: 3



ΘΕΜΑ Γ

Γ.1 Στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζονται οι βαθμοί ενός μαθητή στα τέσσερα από τα πέντε διαγωνίσματα Μαθηματικών.

Αν ο μέσος όρος των βαθμών του και στα πέντε διαγωνίσματα είναι 16, πόσο έγραψε ο μαθητής στο 5^ο διαγώνισμα;

Μονάδες: 6



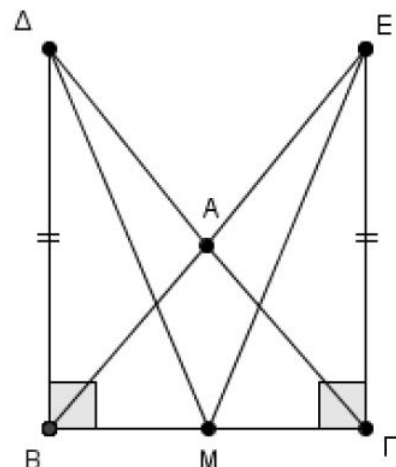
Γ.2 Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Στα σημεία B και Γ φέρουμε τα τμήματα $B\Delta \perp B\Gamma$ και $E\Gamma \perp B\Gamma$, όπως φαίνεται στο σχήμα, τέτοια ώστε $B\Delta = \Gamma E$.

(α) Αν M είναι το μέσο της βάσης $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $B\Delta M$ και $\Gamma E M$ είναι ίσα.

Μονάδες: 4

(β) Να δείξετε ότι $A\Delta = A E$.

Μονάδες: 5



(γ) Αν γνωρίζετε ότι $A\Delta = 8\text{ cm}$, $\Delta M = 13\text{ cm}$ και $B\Gamma = 10\text{ cm}$ να υπολογίσετε την περίμετρο του $A\Gamma B\Delta$.

Μονάδες: 5

(δ) Το τοπογραφικό σχέδιο ενός οικοπέδου με κλίμακα 1:100 έχει το σχήμα της τεθλασμένης γραμμής $A\Gamma B\Delta A$ με διαστάσεις που βρήκατε στο ερώτημα (γ). Να υπολογίσετε τα χρήματα που θα πληρώσει ο ιδιοκτήτης του οικοπέδου για να το περιφράξει, αν η περιφράξη κοστίζει 25 € ανά μέτρο.

Μονάδες: 5

ΘΕΜΑ Δ

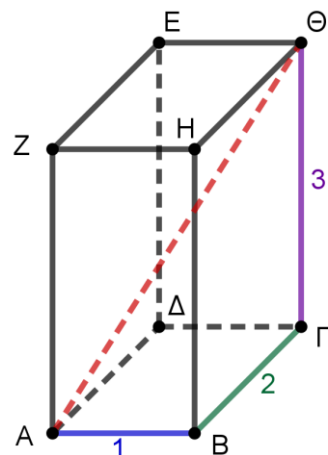
Δ.1 Το κουτί σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου του διπλανού σχήματος έχει μήκη ακμών 1, 2 και 3. Να υπολογίσετε:

(α) το μήκος της $A\Theta$

Μονάδες: 5

(β) το εμβαδόν της συνολικής του επιφάνειας

Μονάδες: 4



Δ.2 Στο ακόλουθο σχήμα το πολύγωνο ABΓΔΕΖ είναι ένα κανονικό εξαγώνο εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα ρ της οποίας το μήκος ισούται με την αριθμητική τιμή της παράστασης $\rho = 2\sqrt{\sqrt{81} + \sqrt{36} - \sqrt{121}}$

(α) Να δείξετε ότι $\rho = 4$.

Μονάδες: 3

(β) Να βρείτε το μέτρο της γωνίας ΕΟΔ και να αιτιολογήσετε γιατί το τρίγωνο ΕΟΔ είναι ισόπλευρο.

Μονάδες: 4

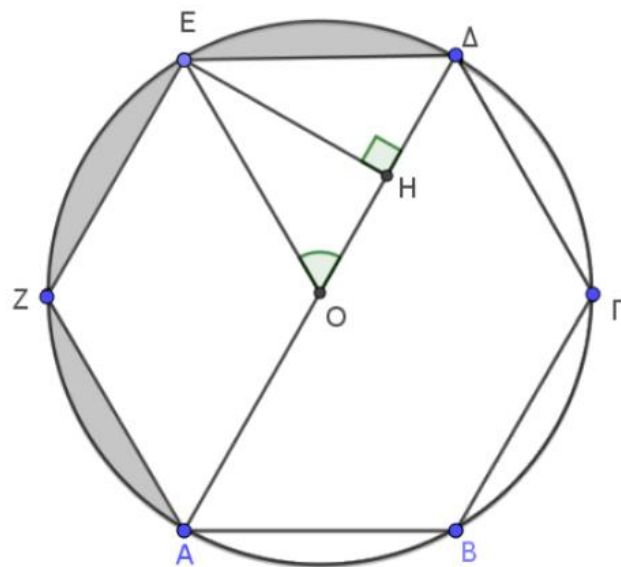
(γ) Να δείξετε ότι $EH = 2\sqrt{3} \text{ cm}$.

Μονάδες: 4

(δ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.

Μονάδες: 5

Δίνεται ότι: $\eta\mu 30^\circ = \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\eta\mu 60^\circ = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\epsilon\varphi 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\epsilon\varphi 60^\circ = \sqrt{3}$



ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

(α) Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα με όποια σειρά θέλετε.

(β) Η διάρκεια εξέτασης είναι τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

(γ) Δυνατή αποχώρηση μία (1) ώρα μετά την έναρξη της εξέτασης.

(δ) Να γράψετε τις απαντήσεις μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό.

(ε) Να μη χρησιμοποιήσετε διορθωτικό.

«Ένα μαθηματικό πρόβλημα πρέπει να λειτουργεί ως οδηγός στα δαιδαλώδη μονοπάτια της κρυμμένης αλήθειας και ως υπόμνηση της χαράς μιας επιτυχούς λύσης.»

David Hilbert
(Ντάβιντ Χίλμπερτ)
Γερμανός Μαθηματικός
1862 - 1943