



Ενδεικτικές λύσεις των θεμάτων για τις εξετάσεις
υποτροφιών της α' τάξης γυμνασίου του σχολικού έτους
2025-2026

Β' ΜΕΡΟΣ (Μαθηματικά)

ΘΕΜΑ Α

A.1 Να υπολογίσετε την παράσταση: $3500 : 100 - 3 \cdot (2,5 + 6,5) + 3 \cdot (6,5 - 1,5)$

Μονάδες 5

Λύση

$$3500 : 100 - 3 \cdot (2,5 + 6,5) + 3 \cdot (6,5 - 1,5) = 35 - 3 \cdot 9 + 3 \cdot 5 = 35 - 27 + 15 = 8 + 15 = 23$$

A.2 Να βρείτε το μεγαλύτερο γινόμενο δύο πρώτων αριθμών που είναι μικρότεροι του 20.

Μονάδες 4

Λύση

Οι πρώτοι αριθμοί μικρότεροι του 20 είναι οι αριθμοί 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

Το μεγαλύτερο γινόμενο δύο πρώτων αριθμών μικρότερων του 20 είναι το $17 \times 19 = 323$

A.3 Στην γιορτή του σχολείου βρέθηκαν 228 άτομα. Οι άνδρες και τα παιδιά ήταν 170, τα παιδιά και οι γυναίκες ήταν 183, ενώ οι γυναίκες και οι άνδρες ήταν 103. Να βρείτε πόσους άνδρες, πόσες γυναίκες και πόσα παιδιά ήταν στην γιορτή.

Μονάδες 4

Λύση

Αν από τα 228 άτομα αφαιρέσουμε τους άνδρες και τα παιδιά που είναι 170, θα βρούμε τις γυναίκες που είναι $228 - 170 = 58$

Ομοίως αν από τα 228 άτομα αφαιρέσουμε τα παιδιά και τις γυναίκες που είναι 183, θα βρούμε τους άνδρες που είναι $228 - 183 = 45$.

Τέλος αν από τα 228 άτομα αφαιρέσουμε τις γυναίκες και τους άνδρες που ήταν 103, θα βρούμε τα παιδιά που είναι $228 - 103 = 125$.

A.4 Το πλοίο Α περνάει από το λιμάνι του Πειραιά κάθε 9 ημέρες, το πλοίο Β κάθε 12 ημέρες και το πλοίο Γ κάθε 16 ημέρες. Αν βρέθηκαν σήμερα στο λιμάνι του Πειραιά, να βρείτε μετά από πόσες ημέρες θα βρεθούν ξανά για πρώτη φορά. Πόσες φορές θα έχει περάσει το καθένα μέχρι τότε;

Μονάδες 6

Λύση

9	12	16	2
9	6	8	2
9	3	4	2
9	3	2	2
9	3	1	3
3	1		3
1			

Συνεπώς $E.K.Π.(9, 12, 16) = 2^4 \cdot 3^2 = 16 \cdot 9 = 144$

Άρα θα βρεθούν ξανά για πρώτη φορά μετά από 144 ημέρες.

Το Α θα περάσει $144 : 9 = 16$ φορές

Το Β θα περάσει $144 : 12 = 12$ φορές

Το Γ θα περάσει $144 : 16 = 9$ φορές

A.5 Ο Πινόκιο έχει μύτη με αρχικό μήκος 4 εκατοστά. Κάθε φορά που λέει ψέματα το μήκος της μύτης του διπλασιάζεται. Μετά από 5 διαδοχικά ψέματα, η μύτη του τι μήκος θα έχει τελικά;

Μονάδες 6

Λύση

Μετά από 5 διαδοχικά ψέματα, το μήκος της μύτης του θα είναι $4 \cdot 2^5 = 4 \cdot 32 = 128$ εκ.

ΘΕΜΑ Β

B.1 Από ποιο κλάσμα πρέπει να αφαιρέσουμε $\frac{5}{12}$ για να βρούμε $\frac{7}{8}$;

Μονάδες 5

Λύση

$$x = \frac{7}{8} + \frac{5}{12} = \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 3} + \frac{5 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{21}{24} + \frac{10}{24} = \frac{31}{24}$$

B.2 Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\left(5 \cdot \frac{1}{2} + 0,6 + \frac{12}{15}\right) : \left(2 - \frac{1}{7}\right)$.

Μονάδες 5

Λύση

$$\begin{aligned} \left(5 \cdot \frac{1}{2} + 0,6 + \frac{12}{15}\right) : \left(2 - \frac{1}{7}\right) &= \left(\frac{5}{2} + \frac{6}{10} + \frac{12}{15}\right) : \frac{13}{7} = \left(\frac{5}{2} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{7}{13} = \left(\frac{5}{2} + \frac{7}{5}\right) \cdot \frac{7}{13} = \\ &= \left(\frac{25}{10} + \frac{14}{10}\right) \cdot \frac{7}{13} = \frac{39}{10} \cdot \frac{7}{13} = \frac{3}{10} \cdot 7 = \frac{21}{10} \end{aligned}$$

B.3 Κατά την περίοδο των εκπτώσεων τρία καταστήματα με ίδια προϊόντα έκαναν εκπτώσεις.

- Το κατάστημα Α έκανε 10% έκπτωση και στη συνέχεια 5 %.
 - Το κατάστημα Β κάνει έκπτωση 15 %.
 - Το κατάστημα Γ έκανε έκπτωση 30% και στη συνέχεια ανέβασε τις τιμές 15%.
- Ποιο κατάστημα θα έχει τις μικρότερες τιμές;

Μονάδες 8

Λύση

Για να συγκρίνουμε ποιο κατάστημα έχει τις μικρότερες τελικές τιμές, ας υποθέσουμε ότι η αρχική τιμή ενός προϊόντος είναι 100 ευρώ και κάνουμε τους υπολογισμούς:

Κατάστημα Α

Πρώτα έκπτωση 10%: $100 \text{ €} \times 0,90 = 90 \text{ €}$

Μετά έκπτωση 5%: $90 \text{ €} \times 0,95 = 85,50 \text{ €}$

Τελική τιμή: 85,50 €

Κατάστημα Β

Έκπτωση 15%: $100 \text{ €} \times 0,85 = 85 \text{ €}$

Τελική τιμή: 85 €

Κατάστημα Γ

Πρώτα έκπτωση 30%: $100 \text{ €} \times 0,70 = 70 \text{ €}$

Μετά αύξηση 15%: $70 \text{ €} \times 1,15 = 80,50 \text{ €}$

Τελική τιμή: 80,50 €

Άρα, το Κατάστημα Γ έχει τις μικρότερες τελικές τιμές.

B.4 Η γιαγιά έψησε κάστανα στο τζάκι και θέλει να τα μοιράσει στα τρία εγγόνια της. Η γιαγιά λέει: «Νικόλα εσύ θα πάρεις το $\frac{1}{5}$ από τα κάστανα που έψησα, ενώ εσύ Κωνσταντίνα θα πάρεις τα $\frac{2}{3}$ από τα κάστανα που απέμειναν». Αφού πήραν ο Νικόλας και η Κωνσταντίνα τα κάστανά τους, έμειναν τόσα κάστανα για τον Αναστάση όσο είναι το μικρότερο διψήφιο πολλαπλάσιο του 4. Πόσα κάστανα είχε ψήσει συνολικά η γιαγιά.

Μονάδες 7

Λύση

Ο Αναστάσης πήρε το μικρότερο διψήφιο πολλαπλάσιο του 4, δηλαδή 12 κάστανα. Για να βρούμε την αρχική ποσότητα, θα βρούμε ποιο μέρος του συνόλου εκφράζει τα 12 αυτά κάστανα.

Ο Νικόλας πήρε το $\frac{1}{5}$ και έμειναν τα $\frac{4}{5}$.

Η Κωνσταντίνα πήρε τα $\frac{2}{3}$ από τα $\frac{4}{5}$ (υπόλοιπα), δηλαδή τα $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$ του συνόλου.

Ο Νικόλας και η Κωνσταντίνα πήραν μαζί $\frac{1}{5} + \frac{8}{15} = \frac{3}{15} + \frac{8}{15} = \frac{11}{15}$.

Άρα για τον Αναστάση έμειναν τα $\frac{4}{15}$ που είναι 12 κάστανα.

Αρχικά τα κάστανα ήταν $12 : \frac{4}{15} = 12 \cdot \frac{15}{4} = \frac{180}{4} = 45$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1 Να λύσετε την εξίσωση $x : (3^2 - 4) = 2^3 : 3^2$.

Μονάδες 6

Λύση

$$x : (3^2 - 4) = 2^3 : 3^2$$

$$x : (9 - 4) = 8 : 9$$

$$x : 5 = \frac{8}{9}$$

$$x = \frac{8}{9} \cdot 5$$

$$x = \frac{40}{9}$$

Γ.2 Η Μαρία και η Σοφία έχουν μαζί 155 €. Αν η Μαρία έχει 15 € περισσότερα από την Σοφία, να βρείτε πόσα χρήματα έχει η κάθε μία.

Μονάδες 6

Λύση

Αν αφαιρέσουμε 15 € που είναι η διαφορά τους, θα έχουν και οι δύο το ίδιο ποσό.

$155 - 15 = 140$ και οι δύο μαζί.

$140 : 2 = 70$ € η κάθε μία.

Άρα, η Σοφία έχει 70 € και η Μαρία έχει $70 + 15 = 85$ €.

Γ.3 Σε ένα χαρτί είναι γραμμένοι οι αριθμοί: 12, 18, 8, 16, 6.

Θέλουμε να σβήσουμε δύο αριθμούς χωρίς να αλλάξει ο μέσος όρος των υπολοίπων. Ποιους μπορούμε να σβήσουμε;

Μονάδες 7

Λύση

Ο μέσος όρος των αριθμών 12, 18, 8, 16, 6 είναι $\frac{12+18+8+16+6}{5} = \frac{60}{5} = 12$

Αν σβήσουμε 2 αριθμούς το άθροισμα των υπολοίπων 3 αριθμών πρέπει να είναι $3 \cdot 12 = 36$.

Συνεπώς το άθροισμα των 2 αριθμών που θα σβήσουμε πρέπει να είναι $60 - 36 = 24$.

Οι δυάδες των αριθμών που μας έδωσαν και έχουν άθροισμα 24, είναι (16, 8) και (18, 6).

Οι δυνατές δυάδες που μπορούμε να σβήσουμε ώστε να μην αλλάξει ο μέσος όρος των υπολοίπων είναι

- 18 και 6,
- 8 και 16

Γ.4 Στο δάπεδο ενός προαυλίου αναπτύσσεται το παρακάτω γεωμετρικό μοτίβο.

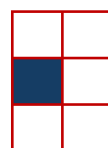
1^η στρώση 1 μαύρο πλακάκι

1η Στρώση



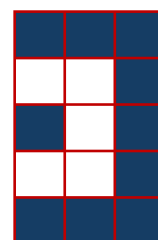
2^η στρώση 5 άσπρα πλακάκια

2η Στρώση



3^η στρώση 9 μαύρα πλακάκια

3η Στρώση



Πόσα είναι τα πλακάκια της 20^{ης} στρώσης;

Μονάδες 6

Λύση

1^{ος} τρόπος

Κάθε στρώση n έχει $1+4(n-1)$ πλακάκια, άρα η 20^η στρώση έχει:

$$1+4 \cdot (20-1) = 1+4 \cdot 19 = 1+76 = 77 \text{ πλακάκια}$$

2^{ος} τρόπος

Παρατηρούμε ότι κάθε νέα στρώση έχει 4 πλακάκια περισσότερα από την προηγούμενη.

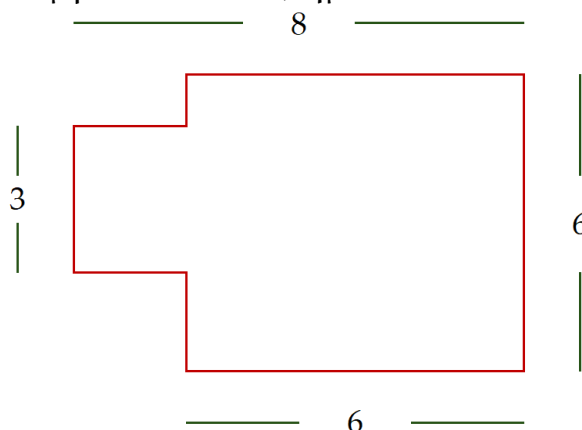
Από την 1η έως την 20η στρώση, κάνουμε 19 προσθέσεις του 4 (μία μετά από κάθε στρώση εκτός από την πρώτη).

Συνολική αύξηση $19 \cdot 4 = 76$ πλακάκια.

Άρα τα πλακάκια της 20^{ης} στρώσης είναι $1+76 = 77$ πλακάκια.

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1 Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σχήματος:

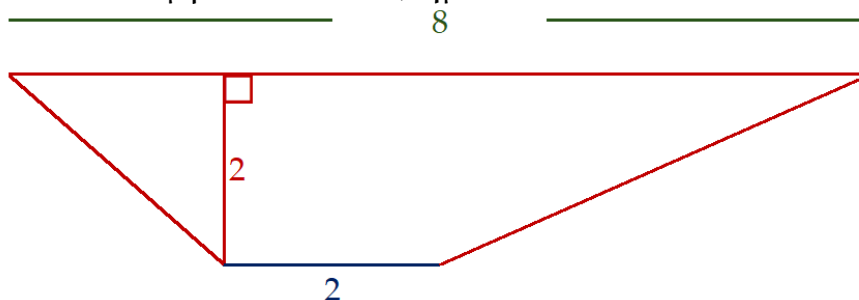


Μονάδες 4

Λύση

$$E = (8-6) \cdot 3 + 6 \cdot 6 = 2 \cdot 3 + 36 = 6 + 36 = 42 \text{ τ.μ.}$$

Δ.2 Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σχήματος:



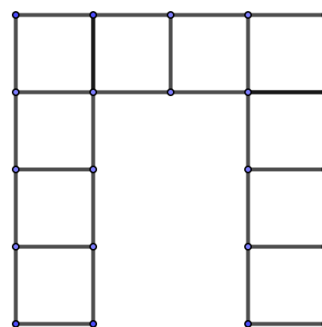
Μονάδες 2

Λύση

$$E = \frac{(8+2) \cdot 2}{2} = 10 \text{ τ.μ.}$$

Δ.3 Οι μαθητές κατασκεύασαν το διπλανό σχήμα με τετράγωνα χαρτόνια ίσου μεγέθους. Το συνολικό εμβαδόν του σχήματος είναι 160 τ.εκ. Πόση είναι η περίμετρος του;

Μονάδες 5



Λύση

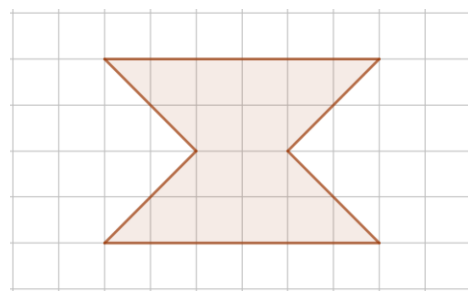
Το σχήμα αποτελείται από 10 ίσα τετράγωνα, άρα το εμβαδόν του κάθε τετραγώνου είναι $160 : 10 = 16$ τ.εκ.

Η πλευρά του κάθε τετραγώνου είναι 4 εκ.

Η περίμετρος του είναι $21 \cdot 4 = 84$ εκ.

Δ.4 Να υπολογίσετε το εμβαδόν του διπλανού σχήματος, παίρνοντας υπόψιν ότι κάθε τετραγωνάκι είναι μία (1) τετραγωνική μονάδα (τ.μ.)

Μονάδες 5



Λύση

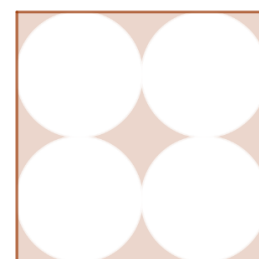
$$E = 2 \cdot \frac{(6+2) \cdot 2}{2} = 8 \cdot 2 = 16 \text{ τ.μ.}$$

Δ.5 Ένας τεχνίτης έχει κόψει από μια τετραγωνική λαμαρίνα μήκους 2 μέτρων, τέσσερις κυκλικούς δίσκους όπως φαίνεται στο σχήμα.

(α) Να βρείτε το εμβαδόν της λαμαρίνας.

(β) Πόσο είναι το εμβαδόν της λαμαρίνας που περίσσεψε αφού πρώτα έκοψε τους τέσσερις κυκλικούς δίσκους;

(γ) Υπολογίστε το ποσοστό της λαμαρίνας που περίσσεψε.



Μονάδες $2 + 3 + 4 = 9$

Λύση

(α) το εμβαδόν της λαμαρίνας είναι $2 \cdot 2 = 4$ τ.μ.

(β) $4 - 4 \cdot \pi \cdot (2 : 4)^2 = 4 - 4 \cdot \pi \cdot 0,5^2 = 4 - 4 \cdot \pi \cdot 0,25 = 4 - \pi$ τ.μ.

(γ) $\frac{4 - \pi}{4} \cdot 100 = \frac{4 - \pi}{4} \cdot 100 = (4 - \pi) \cdot 25 = (4 - 3,14) \cdot 25 = 0,86 \cdot 25 = 21,5\%$