

Μαθηματικά Β' Γυμνασίου

Ασκήσεις για τις μέρες των Χριστουγεννιάτικων διακοπών

1. Να χρησιμοποιήσετε μεταβλητές για να εκφράσετε με μια αλγεβρική παράσταση τις παρακάτω φράσεις:
 - a. Η διαφορά δυο αριθμών διαιρούμενη με 3.
 - b. Την περίμετρο ενός ορθογώνιου, που το πλάτος του είναι 3 m μικρότερο από το μήκος του.
2. Να εκφράσετε συμβολικά:
 - a. Το εξαπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά πέντε.
 - b. Το αυξημένο κατά 5 ενός αριθμού.
 - c. Το 4% ενός αριθμού.
3. Να εκφράσετε συμβολικά:
 - a. Το διπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά $\frac{1}{3}$ ισούται με τον αριθμό αυξημένο κατά $\frac{2}{3}$.
 - b. Την τιμή x kg ενός εμπορεύματος, αν το 1 kg κοστίζει 3 €.
4. Με τη βοήθεια μιας μεταβλητής να γράψετε συμβολικά:
 - a. Την περίμετρο ενός τετραγώνου, αν γνωρίζουμε την πλευρά του.
 - b. Την ηλικία της Δήμητρας που είναι 25 χρόνια μικρότερη από την μητέρα της, αν γνωρίζουμε την ηλικία της μητέρας της.
 - c. Το πλήθος των μαθητών της Β' Γυμνασίου του Αριστοτελείου Εκπαιδευτηρίου, αν γνωρίζουμε ότι είναι το $\frac{1}{4}$ των μαθητών του σχολείου αυξημένο κατά 25.
5. Να χρησιμοποιήσετε μια μεταβλητή για να εκφράσετε με μια αλγεβρική παράσταση τις παρακάτω φράσεις:
 - a. Το συνολικό ποσό που θα πληρώσουμε για να αγοράσουμε 3 κιλά ντομάτες, αν γνωρίζουμε την τιμή του ενός κιλού.
 - b. Την τελική τιμή ενός προϊόντος, αν γνωρίζουμε ότι αυτή είναι η αναγραφόμενη τιμή συν 19% ΦΠΑ.
6. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:
 - a. $16y - 14y - y + 5y$
 - b. $-7\omega + 5 + 3\omega - 4$
 - c. $\gamma - 3\gamma + 4\gamma - 5\gamma$
7. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:
 - a. $\omega + 3\phi - 3\omega - 5\phi$
 - b. $-5x + y + 4y + 2x - x$
8. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις A, B και στη συνέχεια να υπολογίσετε την τιμή τους:

- a. $A = 2(a + 3\beta) - 3(a - 2\beta)$, όταν $a = 2$, $\beta = -1$.
- b. $B = 3(x - 3y) + 2(5y - x)$, όταν $x = -2$, $y = 3$
9. Να υπολογιστεί η τιμή των παραστάσεων:
- a. $A = 3(2x - 4y) + 2(3x + 6y)$, όταν $x = 0,01$ και $y = 2007$
- b. $B = 2(a + 3\beta) + 3(2a + \beta) - \beta$, όταν $a + \beta = \frac{1}{8}$
10. Να εξετάσετε αν ο αριθμός που δίνεται είναι λύση της εξίσωσης:
- i. $-3x + 2 = -7$ $x = 3$
- ii. $2x + 3 = 6$ $x = 1,5$
- iii. $-2x + 3 = 5x - 6$ $x = 1$
11. Να εκφράσετε με εξίσωση την πρόταση: «Η αρχική τιμή ενός προϊόντος αυξήθηκε κατά 20% και τώρα πουλιέται 45 €.
12. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:
- i. $2\varphi - 4 = 3\varphi - 4$
- ii. $4\omega - 3 = -3 + \omega$
- iii. $1,5y - 2,3 = 1,7 + 3,5y$
- iv. $-x + 2 = -2x + 0,5$
- v. $7x - 15 = 3x + 19$
- vi. $3x - 4 = 5x + 2$
13. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:
- i. $5(x - 3) + 10(2 - 5x) + 10x = -(15 + 10x)$
- ii. $5 + 6(x + 3) = 4(x - 1) + 7$
- iii. $16(x + 1) - 2(3 - x) = -3(x + 6)$
- iv. $-15 + 24(x + 2) = 2(5x + 9) - x$
- v. $4x - 1 = 2(2x + 4) + 3$
- vi. $3(x + 1) = 5 - (-3x + 2)$
14. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:
- i. $\frac{2x - 5}{3} - \frac{5x - 3}{4} + \frac{8}{3} = 0$
- ii. $\frac{1}{6}(8 - x) + \frac{2}{3}(x - 1) = \frac{1}{2}(x + 6) - \frac{x}{3}$
- iii. $2x - \frac{1}{2}(19 - 2x) = \frac{1}{2}(2x - 11)$
- iv. $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} + 5 = \frac{5x}{6} + 2$
- v. $\frac{3x}{4} - \frac{16 + 7x}{20} = \frac{2(x - 2)}{5}$
15. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

- i. $(3x - 8)(2x + 12) = 0$
- ii. $(x - 1)(4 + x) = 0$

16. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

- i. $4|x| - 2 = 4 - 2|x|$
- ii. $8|x| - 4 - 9|x| + 9 = -6$
- iii. $|x - 5| = 2$

17. Να λύσετε τις ανισώσεις και να παραστήσετε στην ευθεία τις λύσεις τους.

- i. $\frac{2x - 3}{4} - \frac{3 - x}{5} > 2$
- ii. $3(1 - x) - \frac{2}{3}(x + 2) < \frac{x}{2}$
- iii. $x + 5 + \frac{x - 3}{3} - \frac{x - 2}{2} > 0$
- iv. $\frac{1}{3} \left(\frac{x - 1}{2} - \frac{x - 2}{3} \right) - \frac{x + 1}{6} > 3$
- v. $\omega - \frac{3 - \omega}{3} > \frac{\omega + 1}{2} - \frac{\omega - 2}{4}$
- vi. $t + \frac{t + 1}{3} > \frac{2t - 1}{4} + \frac{11t}{12}$

18. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

- i. $x - 3 < 2$ και $4 - x < 3$
- ii. $3(x - 1) + x > 7 - x$ και $6x - 7 \leq 2(x + 2) + 9$
- iii. $4x - 1 > 3(1 - x) + 10$ και $2(1 - x) \geq 8$
- iv. $2y - 8 > \frac{3}{4}(y + 1)$ και $\frac{3}{2}y + \frac{1}{12} < y - 2$
- v. $4x - 3 < 5$ και $2(x - 3) > -4$ και $2x \geq 3(x - 1)$
- vi. $\frac{2x + 3}{2} > \frac{3x - 1}{3}$ και $3(2x - 1) + x > -3(x + 4) - 1$ και $4 + x > 3(x - 1)$

19. Να λύσετε και να παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών τις λύσεις των ανισώσεων:

- i. $-8 < 3x + 1 \leq 22$
- ii. $-2 < 3 - 2x < 4$
- iii. $4 \leq 6x - 2 \leq 16$

20. Χαρακτηρίστε ως Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

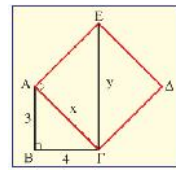
- (α) Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{B} = 90^\circ$ ισχύει $a^2 = \beta^2 - \gamma^2$.
- (β) Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\beta^2 = \gamma^2 - a^2$, τότε $\hat{A} = 90^\circ$.

(γ) Υπάρχει τρίγωνο με πλευρές x, y, ω για τις οποίες ισχύουν συγχρόνως: $x^2 = y^2 + \omega^2$ και $y^2 = x^2 + \omega^2$

21. Στο διπλανό σχήμα το ΑΓΔΕ είναι τετράγωνο.

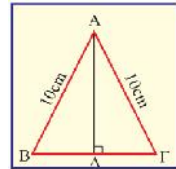
Να υπολογιστούν:

- (α) Η πλευρά x του τετραγώνου.
 (β) Η διαγώνιος y του τετραγώνου.
 (γ) Το εμβαδόν E του τετραγώνου



22. Ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ έχει περίμετρο 36 cm και μία από τις ίσες πλευρές έχει μήκος 10 cm. Να υπολογίσετε:

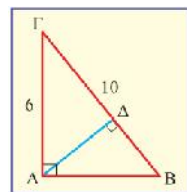
- (α) Το ύψος ΑΔ του τριγώνου ΑΒΓ.
 (β) Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.



23. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει ΒΓ = 10cm και ΑΓ = 6cm .

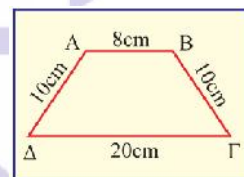
Να υπολογίσετε:

- (α) Την πλευρά ΑΒ,
 (β) Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ,
 (γ) Το ύψος ΑΔ.



24. Το τραπέζιο ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές με ΑΒ = 8cm , ΑΔ = ΒΓ = 10cm και ΓΔ = 20cm. Να υπολογίσετε:

- (α) Το ύψος ΑΕ του τραpezίου.
 (β) Το εμβαδόν του τραpezίου.

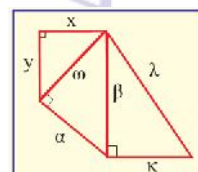


25. Για ποιες τιμές του ακέραιου x ορίζεται η παράσταση:

$$A = \sqrt{3x + 1} + \sqrt{20 - 5x} .$$

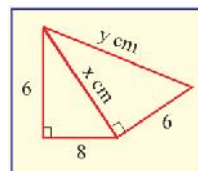
26. Οι παρακάτω ισότητες αναφέρονται στο διπλανό σχήμα. Να σημειώσετε ποιες από αυτές είναι σωστές, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

- (α) $x^2 = \omega^2 + y^2$ (β) $y^2 = \omega^2 - x^2$
 (γ) $\beta^2 = \alpha^2 + \omega^2$ (δ) $\beta^2 = x^2 + y^2 + \alpha^2$
 (ε) $\kappa^2 = \beta^2 - \lambda^2$ (ζ) $\lambda^2 = \kappa^2 + \alpha^2 + y^2 + x^2$



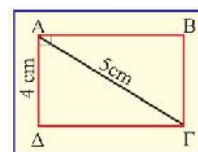
27. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε:

- (α) το x ,
 (β) το y .

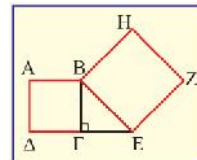


28. Στο ορθογώνιο ΑΒΓΔ είναι ΑΓ = 4cm και ΑΔ = 4cm .
 Να υπολογίσετε:

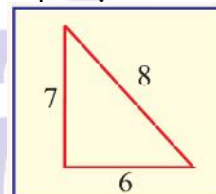
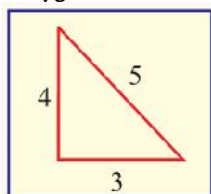
- (α) την περίμετρο του ΑΒΓΔ,
 (β) το εμβαδόν του ΑΒΓΔ



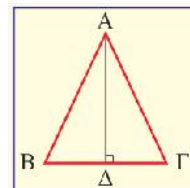
29. Το εμβαδόν του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$ είναι 144cm^2 και το εμβαδόν του τετραγώνου $BEZH$ είναι 169cm^2 . Να βρείτε την πλευρά ΓE .



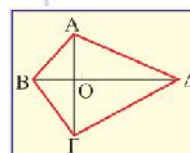
30. Να ελέγξετε αν τα παρακάτω τρίγωνα είναι ορθογώνια:



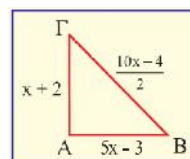
31. Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) η περίμετρος του είναι 54cm και η $AB = 15\text{cm}$. Να υπολογίσετε:
 (α) το ύψος $A\Delta$
 (β) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$
 (γ) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Delta$



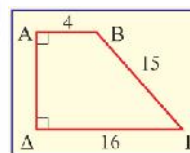
32. Να εξετάσετε αν ισχύει: $AB^2 + \Gamma\Delta^2 = A\Delta^2 + B\Gamma^2$



33. Η περίμετρος του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι 30cm . Να εξετάσετε αν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.



34. Στο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ έχουμε: $AB = 4\text{cm}$, $\Gamma\Delta = 16\text{cm}$, $B\Gamma = 15\text{cm}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπέζιου $AB\Gamma\Delta$.



35. Να υπολογίσετε τις τετραγωνικές ρίζες:

(α) $\sqrt{81}$ (β) $\sqrt{0,81}$ (γ) $\sqrt{8.100}$
 (δ) $\sqrt{\frac{4}{9}}$ (ε) $\sqrt{\frac{25}{36}}$ (ε) $\sqrt{\frac{225}{81}}$

36. Να υπολογίσετε την παράσταση: $A = \sqrt{14 + \sqrt{1 + \sqrt{7 + \sqrt{4}}}}$

37. Στο διπλανό σχήμα έχουμε $AB = 15$, $A\Gamma = 13$, $B\Delta = 9$. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

