ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΡΙΤΗ 11 ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται δίνεται από τη σχέση $υ = Αωημωt$. Τότε η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση:

α. $x = Αημωt$

β. $x = Ασυνωt$

γ. $x = Αημ(ωt+π)$

δ. $x = Αημ(ωt+\frac{3π}{2})$.

Μονάδες 5

Α2. Όταν οδηγούμε τη νύχτα σε βρεγμένο δρόμο, με τα φώτα αναμμένα, η οδήγησή μας είναι

α. ευκολότερη λόγω του φαινομένου της ολικής ανάκλασης του φωτός

β. ευκολότερη λόγω του φαινομένου της διάχυσης του φωτός

γ. δυσκολότερη λόγω του φαινομένου της κατοπτρικής ανάκλασης του φωτός

δ. δυσκολότερη λόγω του φαινομένου της διάχυσης του φωτός.

Μονάδες 5

Α3. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η δύναμη που προκαλεί την απόσβεση είναι της μορφής $F = -bυ$, όπου b θετική σταθερά και υ η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται. Το έργο της δύναμης αυτής είναι

α. θετικό, όταν το σώμα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση

β. πάντα αρνητικό

γ. πάντα θετικό

δ. μηδέν για μια πλήρη ταλάντωση.

Μονάδες 5

Α4. Ιδανικό κύκλωμα **L_1-C** εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με συχνότητα f_1. Εισάγοντας πυρήνα μαλακού σιδήρου στο πηνίο, παρατηρούμε ότι η συχνότητα της ταλάντωσης γίνεται $f_2 = \frac{f_1}{4}$. Ο συντελεστής αυτεπαγωγής L_2 του πηνίου έγινε

α. $4L_1$

β. $16L_1$

γ. $\frac{L_1}{4}$

δ. $\frac{L_1}{16}$

Μονάδες 5

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Τα υποθετικά στερεά που δεν παραμορφώνονται, όταν τους ασκούνται δυνάμεις, λέγονται μηχανικά στερεά.

β. Το ορατό φως παράγεται κατά τις αποδιεγέρσεις πυρήνων στα άτομα και στα μόρια.

γ. Το φαινόμενο της διάθλασης παρατηρείται μόνο στο ορατό φως.

δ. Κατά την κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών, οι οποίες έχουν ίσες μάζες, οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες.

ε. Μονάδα μέτρησης στροφορμής στο SI είναι το 1 $N \cdot m \cdot s$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Απλός αρμονικός ταλαντωτής, ελατήριο-μάζα, με σταθερά ελατηρίου k = 100 N/m και μάζα m = 1 kg εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα διεγέρτη $f = \frac{8}{\pi}$ Hz. Αν η συχνότητα του διεγέρτη αυξηθεί, τότε το πλάτος της ταλάντωσης

i. μειώνεται

ii. αυξάνεται

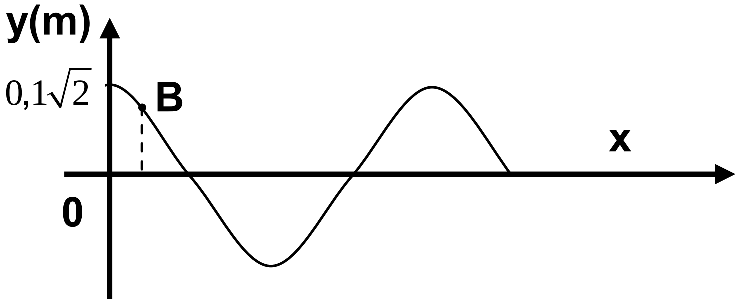
iii. μένει σταθερό.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Β2. Το παρακάτω σχήμα δίνει το στιγμιότυπο στάσιμου κύματος, με περίοδο Τ και μήκος κύματος λ, τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{8}$.



Το σημείο 0 είναι κοιλία που για t = 0s διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα. Το πλάτος της ταλάντωσης σημείου Β με $x_B = \frac{\lambda}{8}$ είναι

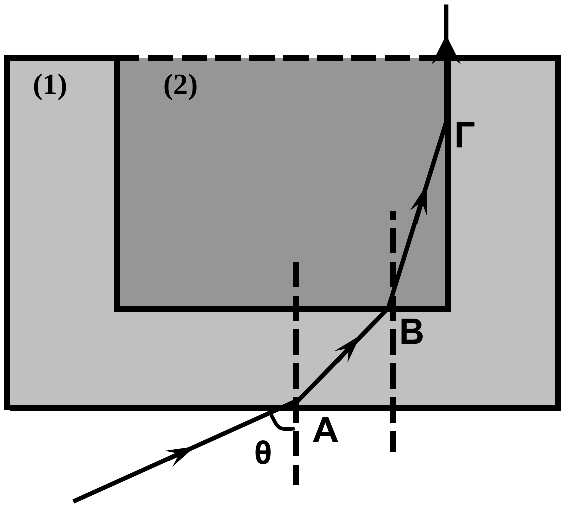
i. 0,05 m
ii. 0,1 m
iii. $0,1\sqrt{2}$ m

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Β3. Δύο υλικά (1) και (2) με δείκτες διάθλασης n_1 και n_2, αντίστοιχα, με $n_1 < n_2$, τοποθετούνται όπως στο παρακάτω σχήμα:



Μονοχρωματική δέσμη φωτός από τον αέρα εισέρχεται στο υλικό (1) στο σημείο Α με γωνία πρόσπτωσης θ. Μετά από διάθλαση στο σημείο Β, εισέρχεται στο υλικό (2) και συναντά τη διαχωριστική επιφάνεια των δύο υλικών στο σημείο Γ. Αν γνωρίζουμε ότι στη συνέχεια κινείται παράλληλα με τη διαχωριστική επιφάνεια των δύο υλικών, τότε ισχύει:

i. ημθ = $\frac{n_1}{n_2}$
ii. ημθ = $\sqrt{n_2^2 - n_1^2}$
iii. ημθ = $1 - \frac{n_1}{n_2}$

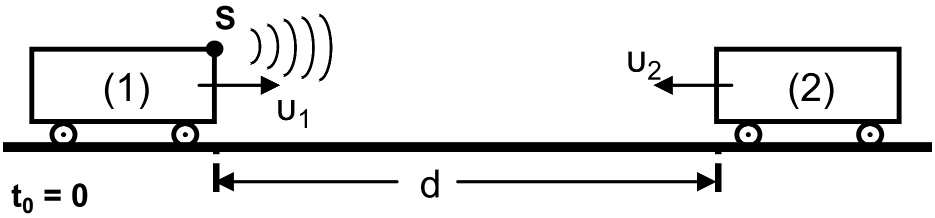
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Σε κινούμενο τρένο (1) με ταχύτητα $υ_1$ υπάρχει ηχητική πηγή που εκπέμπει ήχο συχνότητας f_s για χρονικό διάστημα $Δt_s$. Τρένο (2) κινείται με ταχύτητα $υ_2$ αντίθετης φοράς και τη στιγμή $t_0 = 0$ απέχει από το τρένο (1) απόσταση d. Στο τρένο (1) υπάρχει συσκευή ανίχνευσης των ανακλώμενων στο τρένο (2) ηχητικών κυμάτων. Δίνεται ότι ο ανακλώμενος ήχος στο τρένο (2) έχει την ίδια συχνότητα με τον προσπίπτοντα σε αυτόν ήχο.



Γ1. Αν f_1 είναι η συχνότητα του ήχου που ανιχνεύει η συσκευή, να δείξετε ότι $f_1 = \frac{(υ+υ_2)}{(υ-υ_2)} \cdot \frac{(υ+υ_1)}{(υ-υ_1)} \cdot f_s$.

Μονάδες 7

Δίνονται: ταχύτητα ήχου $υ = 340$ m/s, $f_s = 1900$ Hz, $υ_1 = 20$ m/s, $υ_2 = 20$ m/s, $Δt_s = 0{,}81$ s.

Γ2. Αν τη χρονική στιγμή $t_1 = 6{,}8$ s η συσκευή αρχίζει να ανιχνεύει τον ανακλώμενο ήχο, να βρεθεί η απόσταση d που είχαν τα τρένα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

Μονάδες 9

Γ3. Ποια χρονική στιγμή t_2 η συσκευή ανίχνευσης των ανακλώμενων κυμάτων σταματά να καταγράφει τον ανακλώμενο ήχο;

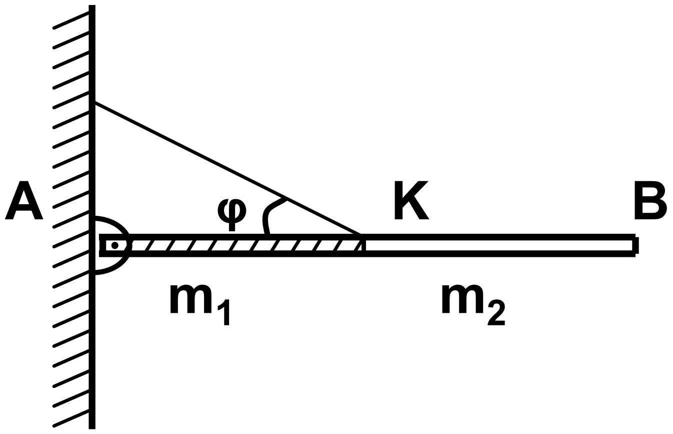
Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Δ

Μια ισοπαχής δοκός ΑΒ αποτελείται από δύο ομογενή τμήματα ΑΚ και ΚΒ, μήκους $\frac{L}{2}$ το καθένα, με μάζες $m_1 = 5\,m_2$ και $m_2 = 0{,}5$ kg, αντίστοιχα.

Τα κομμάτια αυτά είναι κολλημένα μεταξύ τους στο σημείο Κ, ώστε να σχηματίζουν τη δοκό ΑΒ μήκους L = 1 m.

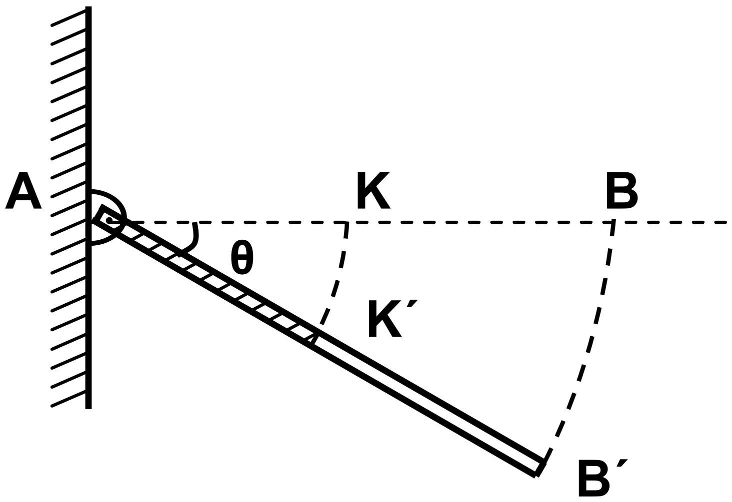
Η δοκός ισορροπεί σε οριζόντια θέση, με το άκρο της Α να στηρίζεται στον τοίχο μέσω άρθρωσης, ενώ το μέσο της Κ συνδέεται με τον τοίχο με σχοινί που σχηματίζει γωνία $φ = 30°$ με τη δοκό.



Δ1. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που δέχεται η δοκός από το σχοινί και την άρθρωση.

Μονάδες 6

Κάποια στιγμή το σχοινί κόβεται και η ράβδος αρχίζει να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το άκρο της Α σε κατακόρυφο επίπεδο.



Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου σε συνάρτηση με τη γωνία θ, που σχηματίζει αυτή με την αρχική της θέση ($0^\circ \leq \theta < 90^\circ$).

Μονάδες 7

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του άκρου Β΄ της ράβδου ($υ_{B΄}$) σε συνάρτηση με τη γωνία θ.

Μονάδες 6

Τη στιγμή που η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία $\theta = 30^\circ$, συγκρούεται πλαστικά με αρχικά ακίνητο σφαιρίδιο αμελητέων διαστάσεων και μάζας $m = m_2$, το οποίο σφηνώνεται στο μέσο Κ΄ της ράβδου.

Δ4. Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση.

Μονάδες 6

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$,
- ροπή αδράνειας ομογενούς και ισοπαχούς ράβδου μάζας m και μήκους L ως προς άξονα κάθετο στο μέσο της $I = \frac{1}{12}mL^2$,
- $ημ30^o = \frac{1}{2}$, $συν30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου να γράψετε το εξεταζόμενο μάθημα. Στο εσώφυλλο πάνω-πάνω να συμπληρώσετε τα ατομικά στοιχεία μαθητή. Στην αρχή των απαντήσεών σας να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο και **να μη γράψετε** πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 18.00.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΤΡΙΤΗ 11/6/2013

Θέμα Α

A1→**δ**
A2→**γ**
A3→**β**
A2→**β**

A5 α→**Σ**
β→**Λ**
γ→**Λ**
δ→**Σ**
ε→**Σ** (N·m·s=Kg·m/s^2 ·m·s= Kg·m^2/s)

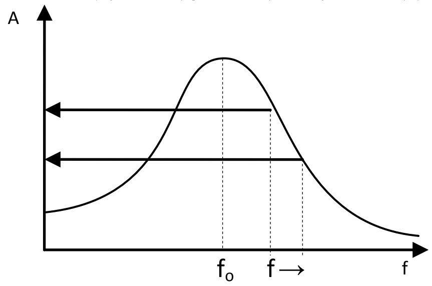
Θέμα Β

Β1. α) είναι το **i**

β) Για τον απλό αρμονικό ταλαντωτή

$$f_o=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{100N/m}{1Kg}}=\frac{10}{2\pi}Hz=\frac{5}{\pi}Hz$$

Αφού $f=\frac{8}{\pi}Hz > f_o$ από το διάγραμμα της καμπύλης συντονισμού προκύπτει ότι αύξηση της συχνότητας οδηγεί σε συνεχή μείωση του πλάτους.



Β2. α) Είναι το **iii**

β) Αφού το σημείο Ο είναι κοιλία που για t = 0s διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα η εξίσωση του στασίμου κύματος είναι $y=2A\sigma\upsilon\nu(2\pi\frac{x}{\lambda})\eta\mu(2\pi\frac{t}{T})$.

Από το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή $t=\frac{T}{8}$:

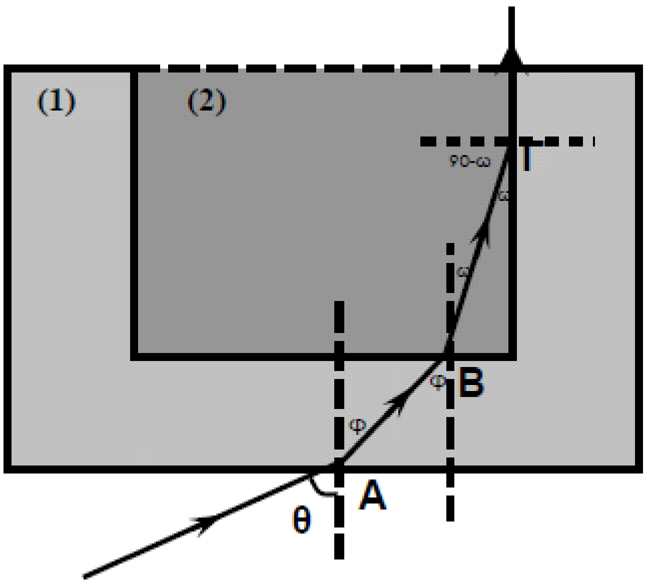
$$y=2A\sigma\upsilon\nu(2\pi\frac{x}{\lambda})\eta\mu(2\pi\frac{t}{T}\frac{T}{8}) = 2A\sigma\upsilon\nu(2\pi\frac{x}{\lambda})\eta\mu(\frac{\pi}{4}) = 2A\sigma\upsilon\nu(2\pi\frac{x}{\lambda})\frac{\sqrt{2}}{2} = A\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu(2\pi\frac{x}{\lambda})$$

Από το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος για x=0 είναι $y=0,1\sqrt{2}m$ οπότε

$0,1\sqrt{2}= A\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu 0 \Rightarrow A = 0,1m$

$$A_B = 2A\left|\sigma\upsilon\nu(2\pi\frac{x_B}{\lambda})\right| = 2\cdot 0,1\left|\sigma\upsilon\nu(2\pi\frac{\frac{\lambda}{8}}{\lambda})\right| = 0,2\left|\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}\right| = 0,2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,1\sqrt{2}m$$

Β3.α) είναι το **ii**



β) Αέρας → υλικό 1 Snell: $n_{αερ}ημθ = n_1ημφ \Rightarrow ημθ = n_1ημφ$ **(1)**

Υλικό 1 → υλικό 2 Snell: $n_1ημφ = n_2ημω \overset{(1)}{\Rightarrow} ημθ=n_2ημω\Rightarrow$

$$\Rightarrow ημω=\frac{ημθ}{n_2} \quad \mathbf{(2)}$$

Η γωνία προσπτώσεως για την μετάβαση στο Γ από το υλικό 2 στο υλικό 1 είναι $90^\circ-ω$

Αφού κινείται παράλληλα στην διαχωριστική επιφάνεια αυτή είναι η κρίσιμη (οριακή) γωνία οπότε έχουμε $θ_{crit} = 90^\circ-ω$ όμως

$$ημθ_{crit}=\frac{n_{αραιού}}{n_{πυκνού}}=\frac{n_1}{n_2}\Rightarrow ημ(90^o-ω)=\frac{n_1}{n_2}\Rightarrow συνω=\frac{n_1}{n_2} \quad \mathbf{(3)}$$

Για κάθε γωνία ω:

$$ημ^2ω+συν^2ω=1\overset{2,3}{\Rightarrow}\frac{ημ^2θ}{n_2^2}+\frac{n_1^2}{n_2^2}=1\Rightarrow ημ^2θ+n_1^2=n_2^2\Rightarrow ημ^2θ=n_2^2-n_1^2$$

$$\Rightarrow ημθ=\sqrt{n_2^2-n_1^2}$$ αφού $0^\circ < θ < 90^\circ$ $ημθ>0$

Θέμα Γ

Γ1.

Για τον ήχο που φτάνει στο τρένο (2): Η **πηγή** πλησιάζει τον **παρατηρητή – τρένο (2)** με ταχύτητα μέτρου **$υ_1$** ενώ και ο παρατηρητής πλησιάζει την **πηγή** με ταχύτητα μέτρου **$υ_2$**

οπότε «αντιλαμβάνεται» ήχο συχνότητας $f_A=\frac{υ+υ_2}{υ-υ_1}\cdot f_S$ (Ι).

Ο ήχος αυτός χωρίς να αλλάξει συχνότητα ανακλάται οπότε για τον ήχο που ανιχνεύει **το τρένο (1)**: Η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή – τρένο (1) με ταχύτητα μέτρου $υ_2$ ενώ και ο παρατηρητής πλησιάζει την πηγή με ταχύτητα μέτρου $υ_1$

οπότε «αντιλαμβάνεται» ήχο συχνότητας $f_1=\frac{υ+υ_1}{υ-υ_2}\cdot f_A \overset{(I)}{\Rightarrow}$

$$f_1=\frac{(υ+υ_2)}{(υ-υ_2)}\cdot\frac{(υ+υ_1)}{(υ-υ_1)}\cdot f_S$$

Γ2.

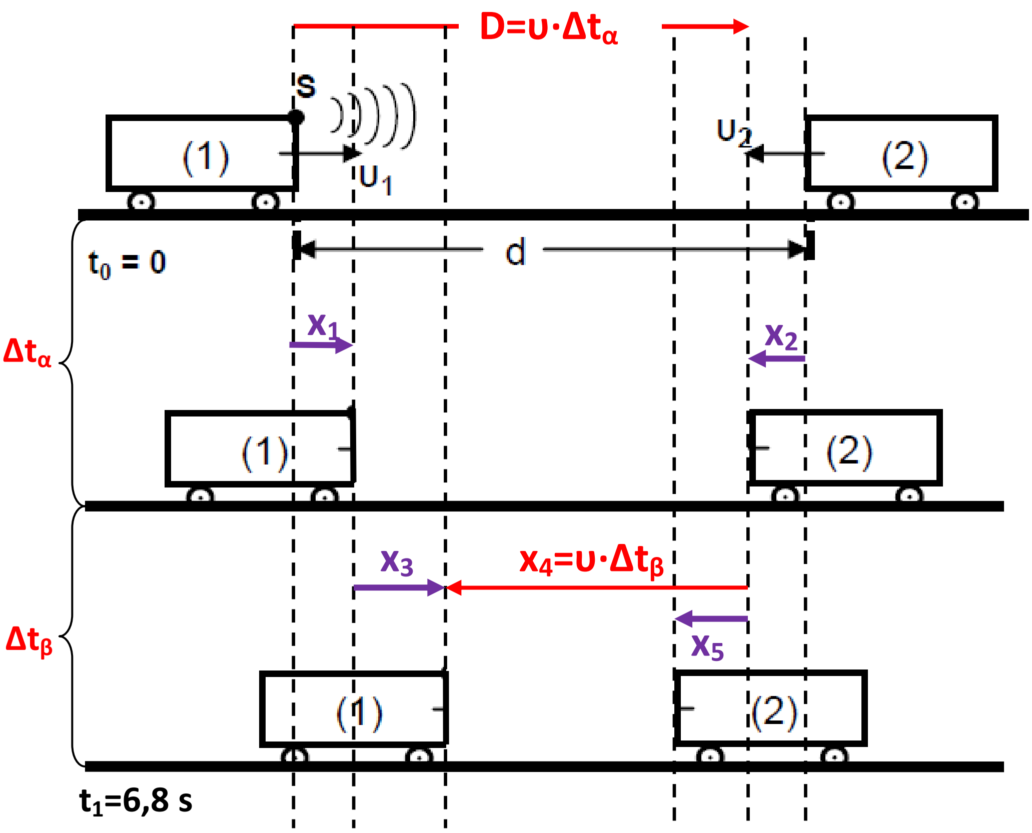
$\Delta t_\alpha + \Delta t_\beta = t_1 = 6{,}8s$ και $\Delta t_\beta = t_1 - \Delta t_\alpha$

Δt_α : Ο χρόνος για να φτάσει ο ήχος από το τρένο (1) στο (2)

Σε αυτό τον χρόνο το τρένο (1) έχει μετατοπιστεί κατά $x_1=\upsilon_1 \cdot \Delta t_\alpha$ και το τρένο (2) έχει μετατοπιστεί κατά $x_2=\upsilon_2 \cdot \Delta t_\alpha=\upsilon_1 \cdot \Delta t_\alpha$ ενώ ο ήχος έχει διανύσει $D=\upsilon \cdot \Delta t_\alpha$ και ισχύει:

$d = D + x_2 \Rightarrow d = \upsilon \cdot \Delta t_\alpha + \upsilon_1 \cdot \Delta t_\alpha \Rightarrow$ **$d = 360 \cdot \Delta t_\alpha$ (S.I.)** **(I)**

Δt_β : Ο χρόνος για να φτάσει ο ήχος από το τρένο (2) στο (1)



Σε αυτό τον χρόνο το τρένο (1) έχει μετατοπιστεί κατά $x_3=\upsilon_1 \cdot \Delta t_\beta$ ενώ ο ήχος έχει διανύσει $x_4=\upsilon \cdot \Delta t_\beta$ και ισχύει:

$d=x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \Rightarrow d=\upsilon_1 \cdot \Delta t_\alpha + \upsilon_1 \cdot \Delta t_\alpha + \upsilon_1 \cdot \Delta t_\beta + \upsilon \cdot \Delta t_\beta \Rightarrow$

$\Rightarrow d=\upsilon_1 \cdot (\Delta t_\alpha + \Delta t_\beta) + \upsilon_1 \cdot \Delta t_\alpha + \upsilon \cdot (t_1 - \Delta t_\alpha)$

$\Rightarrow d= 20 \cdot 6{,}8 + 20 \cdot \Delta t_\alpha + 340 \cdot (6{,}8 - \Delta t_\alpha) \Rightarrow$ **$d = 2448 - 320 \cdot \Delta t_\alpha$ (SI)** **(II)**

Από (I) και (II) $360 \cdot \Delta t_\alpha = 2448 - 320 \cdot \Delta t_\alpha \Rightarrow \Delta t_\alpha = \dfrac{2448}{680} \Rightarrow$

$\Delta t_\alpha = 3{,}6s$ και $\Delta t_\beta = 3{,}2s$

(I) $\Rightarrow d = 360 \cdot 3{,}6 \Rightarrow$ **$d = 1296m$**

Γ3.

Εφαρμογή των αριθμητικών δεδομένων

$$f_1 = \frac{340+20}{340-20}\cdot\frac{340+20}{340-20}\cdot f_S = \frac{360}{320}\cdot\frac{360}{320}\cdot f_S = \frac{9}{8}\cdot\frac{9}{8}\cdot f_S = \frac{81}{64} f_S \quad \text{(I)}$$

Υπολογισμός του χρόνου που ο ανιχνευτής του τρένου (1) καταγράφει τον ανακλώμενο ήχο.

Ο αριθμός των μεγίστων N_S που εκπέμπει η συσκευή είναι ίδιος με τον αριθμό των μεγίστων N_1 που ανιχνεύει οπότε

$$N_S = N_1 \Rightarrow f_S \cdot \Delta t_S = f_1 \cdot \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{f_S}{f_1}\cdot \Delta t_S \overset{(I)}{=} \frac{\frac{81}{64} f_S}{f_S}\cdot \Delta t_S = \frac{81}{64}\cdot \Delta t_S = \frac{81}{64}\cdot 0,64s \Rightarrow$$

$\Rightarrow \Delta t_1 = 0,81s$

Έτσι η χρονική στιγμή t_2 που η συσκευή ανίχνευσης των ανακλώμενων κυμάτων σταματά να καταγράφει τον ανακλώμενο ήχο είναι

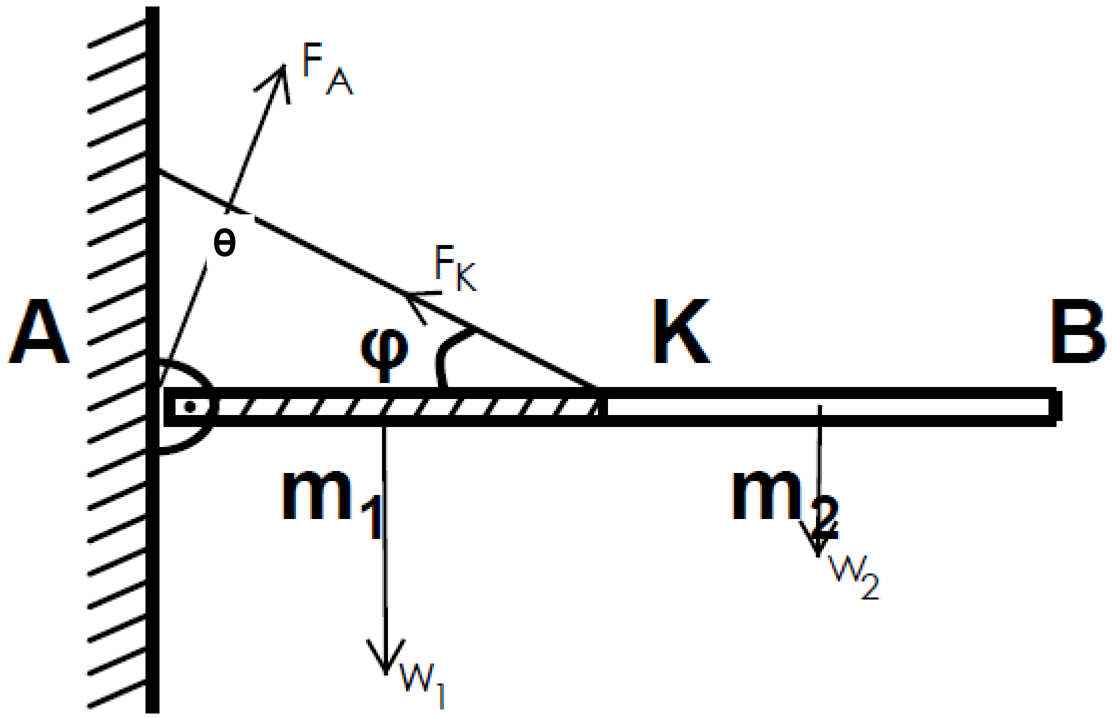
$t_2 = t_1 + \Delta t_1 = 6,8s + 0,64s \Rightarrow$ **$t_2 = 7,44s$**

Θέμα Δ

Δ1. Επειδή η δοκός ισορροπεί το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων ως προς το σημείο

Α είναι μηδέν: $\Sigma\tau(A)=0 \Rightarrow \tau_{FA} + \tau_{w1} + \tau_{FK} + \tau_{w2} = 0 \Rightarrow 0 - w_1\frac{L}{4} + F_{Ky}\frac{L}{2} - w_2\frac{3L}{4} = 0 \Rightarrow$

$-5m_2g\frac{1}{4} + F_K\eta\mu30^\circ\frac{1}{2} - m_2g\frac{3}{4} = 0 \Rightarrow F_K = \frac{4m_2g}{\eta\mu30^0} \Rightarrow$ **$F_K = 40N$**



Επίσης και $\begin{cases}\Sigma F_x = 0\\ \Sigma F_y = 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}F_{Ax} - F_{Kx} = 0\\ F_{Ay} - w_1 - w_2 + F_{Ky} = 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}F_{Ax} = F_K\sigma\upsilon\nu30^o\\ F_{Ay} = w_2 + w_1 - F_K\eta\mu30^o\end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases}F_{Ax} = 40\frac{\sqrt{3}}{2}N\\ F_{Ay} = (6\cdot0,5\cdot10 - 40\frac{1}{2})N\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}F_{Ax} = 20\sqrt{3}N\\ F_{Ay} = 10N\end{cases}$ άρα

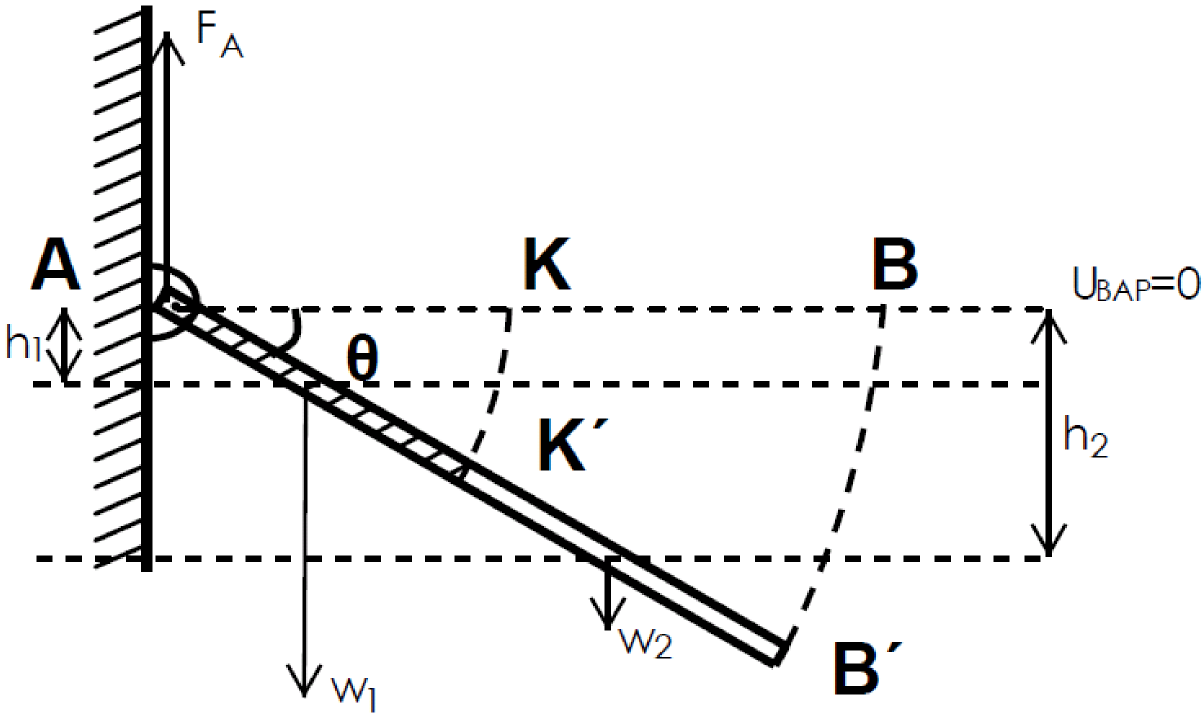
$F_A = \sqrt{F_{AX}{}^2 - F_{Ay}{}^2} = \sqrt{1300}N = 10\sqrt{13}N$ με $\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_{Ay}}{F_{AX}} = \frac{10}{20\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

Δ2. Υπολογισμός της ροπής αδράνειας της δοκού ως προς τον άξονα περιστροφής της Α

$$I_A = I_{1(A)} + I_{2(A)} = \left[\frac{1}{12}m_1\left(\frac{L}{2}\right)^2 + m_1\left(\frac{L}{4}\right)^2\right] + \left[\frac{1}{12}m_2\left(\frac{L}{2}\right)^2 + m_2\left(\frac{3L}{4}\right)^2\right] =$$

$$= \frac{1}{12}5m_2\frac{L^2}{4} + 5m_2\frac{L^2}{16} + \frac{1}{12}m_2\frac{L^2}{4} + m_2\frac{9L^2}{16} = \frac{48m_2L^2}{48} = m_2L^2 = 0,5Kg\,(1m)^2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ **$I_A = 0,5Kg\cdot m^2$**



Από το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για την περιστροφική κίνηση μετά το κόψιμο του σκοινιού:

$\Sigma\tau(A) = I_A \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \tau_{FA} + \tau_{w1} + \tau_{w2} = I_A \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$

$0 + w_1 \frac{L}{4} \sigma\upsilon\nu\theta + w_2 \frac{3L}{4} \sigma\upsilon\nu\theta = m_2 L^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$

$\Rightarrow 5m_2 g \frac{1}{4} \sigma\upsilon\nu\theta + m_2 g \frac{3}{4} \sigma\upsilon\nu\theta = m_2 L \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{2g\sigma\upsilon\nu\theta}{L} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ **$\alpha_{\gamma\omega\nu} = 20\sigma\upsilon\nu\theta$ (S.I.)** $(0 \le \theta < \frac{\pi}{2})$.

Δ3.

Αφού η ράβδος στρέφεται χωρίς τριβές θεωρώντας επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας την οριζόντια θέση από την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας της δοκού έχουμε:

$E_{MHX,APX} = E_{MHX(\theta)} \Rightarrow K_{APX} + U_{1,APX} + U_{2,APX} = K_{(\theta)} + U_{(\theta)} + U_{(\theta)} \Rightarrow$

$0 + 0 + 0 = \frac{1}{2} I_A \omega^2 - m_1 g h_1 - m_2 g h_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m_2 L^2 \omega^2 = 5m_2 g \frac{L}{4} \eta\mu\theta + m_2 g \frac{3L}{4} \eta\mu\theta \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{4g\eta\mu\theta}{L}} = \sqrt{40\eta\mu\theta} \Rightarrow$ **$\omega = 2\sqrt{10\eta\mu\theta}$ (S.I)**

οπότε για την γραμμική ταχύτητα του άκρου Β΄ έχουμε

$\upsilon_{B'} = \omega \cdot L \Rightarrow$ **$\upsilon_{B'} = 2\sqrt{10\eta\mu\theta}$ (S.I.)** $(0 \le \theta < \frac{\pi}{2})$.

Δ4.

Επειδή στο σύστημα δοκός - σώμα μάζας $m = m_2$ δεν ασκούνται εξωτερικές ροπές η στροφορμή του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του Α διατηρείται.

Υπολογισμός της ροπής αδράνειας του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του Α.

$$I_{ΣΥΣ} = I_A + I_{m(A)} = m_2 L^2 + m_2 \left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{5m_2L^2}{4}$$

$$L_{ΠΡΙΝ} = L_{ΜΕΤΑ} \Rightarrow I_A \cdot \omega = I_{ΣΥΣ} \cdot \omega' \Rightarrow m_2 L^2 \cdot \omega = \frac{5m_2L^2}{4} \cdot \omega' \Rightarrow \omega' = \frac{4\omega}{5}.$$

$$\frac{K'-K}{K}100 = \frac{\frac{1}{2}I_{ΣΥΣ}\omega'^2 - \frac{1}{2}I_A\omega^2}{\frac{1}{2}I_A\omega^2}100 =$$

$$= \frac{\frac{5m_2L^2}{4}\left(\frac{4\omega}{5}\right)^2 - m_2L^2\omega^2}{m_2L^2\omega^2}100 =$$

$$= \frac{\frac{4}{5}m_2L^2 - m_2L^2\omega^2}{m_2L^2\omega^2}100 = \frac{-\frac{1}{5}m_2L^2\omega^2}{m_2L^2\omega^2}100 = -20\%$$

Άρα το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση είναι **20%**.