ΕΥΘΕΙΑ

1. Δίνεται η εξίσωση $\varepsilon_\lambda : 2x - \lambda y + y + 4 = 3\lambda$

α) Να δείξετε ότι παριστάνει ευθεία που περνά από ένα σταθερό σημείο.

β) βρείτε το λ ώστε η απόσταση του $P(2,-3)$ από την ε_λ να ισούται με $\sqrt{5}$.

2. Δίνονται οι $\varepsilon_1 : \lambda x + (\lambda+2)y - 5 = 0$, $\varepsilon_2 : (2\lambda-1)x + 2(\lambda+1)y + 3 = 0$. Βρείτε το λ ώστε ε1//ε2 και στη συνέχεια βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης αυτών καθώς και την απόστασή τους.

3.Δίνονται οι $\varepsilon_1 : x + \mu y + 1 = 0$, $\varepsilon_2 : 2\mu x + 2y + \lambda = 0$, $\lambda, \mu \in \Re$ ώστε ε1//ε2 και $d(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 2\sqrt{2}$.

4. Έστω $\varepsilon : 2x + 12y + 3 + \lambda(3x + 10y + 7) = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$ και A(-2,1), B(4,4). Αν το Μ με την ιδιότητα $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$ είναι σημείο της ευθείας (ε) να βρεθεί ο λ.

5. Τα σημεία $A(\lambda, \mu)$, $O(0,0)$ είναι συμμετρικά ως προς την ευθεία $\varepsilon : x + y + 1 = 0$. Να βρεθούν οι τιμές των $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.

6. Δίνονται οι εξισώσεις: $\lambda x - y + 1 = 0$ και $(\lambda+1)x - (1-\lambda)y + 4 = 0$.

α) Να δείξετε ότι οι παραπάνω εξισώσεις παριστάνουν ευθείες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

β) Βρείτε τις τιμές του λ ώστε η ευθεία ε_1 που παριστάνει η πρώτη εξίσωση να είναι παράλληλη στην $\zeta_1 : 4x - 2y + 3 = 0$

γ) Βρείτε τις τιμές του λ ώστε η ευθεία ε_2 που παριστάνει η δεύτερη εξίσωση να είναι κάθετη στην ευθεία $\zeta_2 : x - 3y + 4 = 0$

δ) Να δείξετε ότι οι ε_1, ε_2 τέμνονται για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

ε) Να βρείτε την οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ε_1, ε_2.

στ) Να δείξετε ότι η ε_2 διέρχεται από σταθερό σημείο για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$

η) η ευθεία $x + y = 0$ ανήκει στις ευθείες που παριστάνει η δεύτερη εξίσωση.

7. Δίνονται οι εξισώσεις:

$$(\mu - 1)x + (\mu - 4)y + 3 = 0 \text{ και } (\mu - 2)x + (\mu - 3)y + 2 = 0,\ \mu \in \mathbb{R}.$$

α) Να δείξετε ότι οι παραπάνω εξισώσεις παριστάνουν ευθείες για κάθε $\mu \in \mathbb{R}$.

β) Να βρεθεί η τιμή του μ ώστε οι ευθείες να είναι κάθετες.

γ) Όταν οι παραπάνω ευθείες τέμνονται στο Α , να δείξετε ότι το Α κινείται σε μία ευθεία την οποία να προσδιορίσετε.

8.Δίνεται η εξίσωση $x^2 - y^2 + 6x + 9 = 0$ (1) . Να δείξετε ότι :

α) η (1) παριστάνει δύο ευθείες ε_1, ε_2.

β) $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$

γ) Να βρείτε ένα σημείο $M(\kappa, \lambda)$, $\kappa > 0$, $\lambda > 0$ ώστε το $\vec{\alpha} = (3, \kappa) // \varepsilon_1$ και το $\vec{\beta} = (-16, 4\lambda) // \varepsilon_2$.

9. Δίνεται η εξίσωση $(\alpha^2 + 2\alpha)x - (\alpha^2 + \alpha + 1)y - \alpha^2 - 2 = 0$ (1), $\alpha \in \mathbb{R}$

α)Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$ η (1) παριστάνει ευθεία

β) Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την (1) διέρχονται από το ίδιο σημείο.

γ)Βρείτε την ευθεία που ανήκει στην (1) και είναι κάθετη στην $\eta : x - y + 1 = 0$

δ) Να αποδείξετε ότι η ευθεία $y = 2x$ δεν ανήκει στην (1)

10. Να βρείτε σημείο του άξονα $y'y$ που ισαπέχει από την αρχή των αξόνων και από την ευθεία $\varepsilon : 4x - 3y - 1 = 0$

11. Δίνονται οι ευθείες

$$\varepsilon_1 : x + y - 5 = 0 \text{ και } \varepsilon_2 : (2+\lambda)x - (\lambda - 1)y + \mu - 2\lambda = 0$$

α) Να προσδιορίσετε τα $\lambda, \mu \in \Re$ ώστε η ε2 να διέρχεται από το σημείο Α(1,2) και μία από τις γωνίες των ε1, ε2 να είναι $\frac{\pi}{4}$.

β) Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε : ε1//ε2.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ Σ-Λ

1. Η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία αν $A \neq 0$ και $B \neq 0$.

2. Αν $B \neq 0$ ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι $\lambda = -\frac{B}{A}$.

3. Η ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (A, B)$.

4. Η γωνία ω που σχηματίζει η ευθεία με τον $x'x$ είναι $0 \leq \omega < 2\pi$.

5. Όλες οι ευθείες που διέρχονται από το $A(x_0, y_0)$ είναι της μορφής $y - y_0 = \lambda(x - x_0)$.

6. Αν οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ είναι κάθετες με συντελεστές λ_1, λ_2 ,τότε $\lambda_1 \cdot \lambda_2 + 1 = 0$.

7. Η ευθεία $y = -3x + 4$ σχηματίζει οξεία γωνία με τον $x'x$.

8. Οι ευθείες $x = 2, y = -3$ είναι κάθετες.

9. Η εξίσωση $(\alpha + 1)x - (\alpha^2 - 1)y = 0$ παριστάνει ευθεία για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$.

10. Η εξίσωση $y-2=\lambda(x-1)$ παριστάνει όλες τις ευθείες που διέρχονται από το Α(1,2).

11. Να κυκλώσετε την ευθεία που απέχει την μεγαλύτερη απόσταση από την αρχή των αξόνων

α)$3x-10y-1=0$ β)$3x-10y-9=0$ γ)$3x-10y-6=0$ δ)$3x-10y+6=0$