100 Χρόνια Ε.Μ.Ε.
ΧΡΥΣΟ ΜΕΤΑΛΛΙΟ
ΤΗΣ ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Διαγωνισμός Μαθηματικών ικανοτήτων
ΠΥΘΑΓΟΡΑΣ
http://www.hms.gr/pythagoras/index.html

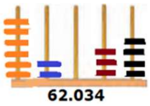
ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΑ ΒΙΒΛΙΑ ΤΗΣ Γ΄-ΣΤ΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΓΙΑ ΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΚΑΝΟΤΗΤΩΝ ΤΟΥ ΠΥΘΑΓΟΡΑ

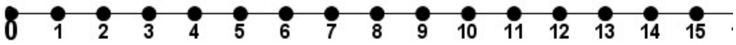
ΑΚΕΡΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

1) ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Ο αριθμός 62.034 διαβάζεται: **εξήντα δύο χιλιάδες τριάντα τέσσερα**
Ανάλυση στο δεκαδικό σύστημα: **6**×10.000 + **2**×1.000 + **3**×10 + **4**×1

παράσταση με Άβακα: 

ΑΒΑΚΑΣ

ΑΡΙΘΜΟΓΡΑΜΜΗ: 

2) ΠΡΑΞΕΙΣ

Πολλαπλασιασμός.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

- Πολλαπλασιασμός **με διάσπαση**: 14×23 = (10+4) × (20+3) = 10×20 + 10×3 + 4×20 + 4×3.
- Πολλαπλασιασμός **με 10 ή 100 ή 1000**: 23×10=230, 23×100=2300, 23×1000=23000
- Πως **κάνω εκτίμηση**: Για το 14×23 σκέπτομαι πρώτα ότι 10×23=230 και μετά 4×20=80 άρα το αποτέλεσμα είναι κοντά στο 230+80=310 δηλαδή πολύ κοντά στο 320.

Διαίρεση.

- Υπάρχουν 2 ειδών διαιρέσεις η **τέλεια** και αυτή που αφήνει **υπόλοιπο** (περίσσευμα)
- Για τις διαιρέσεις σκέπτομαι **με βάση την προπαίδεια**, δηλαδή για το 36:9 σκέπτομαι την προπαίδεια του 9 (9×**<u>4</u>**=36)
- Για διαιρέσεις που αφήνουν υπόλοιπο: 38:9 σκέπτομαι την προπαίδεια του 9 (9×**<u>4</u>**=36) άρα το αποτέλεσμα είναι 4 (πηλίκο) και υπόλοιπο 2.
- Όταν διαιρώ με το **10 ή το 100 ή το 1000:** 23.000:10=2.300, 23.000:100=230, 23.000:1.000=23

Άρτιοι (ζυγοί) είναι οι αριθμοί που τελειώνουν σε 0 ή 2 ή 4 ή 6 ή 8.
Περιττοί (μονοί) είναι οι αριθμοί 1, 3, 5, 7, 9, 11 ………
Πότε ένας αριθμός **διαιρείται με 3**: Προσθέτουμε τα ψηφία του και βρίσκουμε αποτέλεσμα που διαιρείται με 3.
Πότε ένας αριθμός **διαιρείται με 5**: Όταν τελειώνει σε 0 ή σε 5.
Πότε ένας αριθμός **διαιρείται με 9**: Προσθέτουμε τα ψηφία του και βρίσκουμε αποτέλεσμα που διαιρείται με 9.
Κάθε αριθμός έχει 2 τουλάχιστον διαιρέτες π.χ ο αριθμός 35 έχει 4 διαιρέτες (1, 35, 5, 7). Αν έχει μόνο 2 διαιρέτες λέγεται **πρώτος αριθμός** π.χ οι αριθμοί 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17,19, 23 κ.λ.π

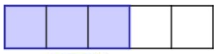
ΚΛΑΣΜΑΤΑ

1) ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΕΝΑ ΚΛΑΣΜΑ – ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

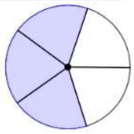
- **Το κλάσμα** $\frac{3}{5}$ μιας ποσότητας σημαίνει ότι αν η ποσότητα **χωριστεί σε 5 ίσα** μέρη(παρονομαστής) εμείς παίρνουμε **τα 3 ίσα μέρη** (αριθμητής).
- **Το κλάσμα** $\frac{3}{5}$ μιας ποσότητας σημαίνει ότι αν η ποσότητα
χωριστεί σε 5 ίσα μέρη(παρονομαστής) εμείς παίρνουμε **τα 3 ίσα**

μέρη (αριθμητής).

Παράσταση με ορθογώνιο



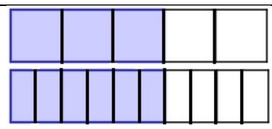
Παράσταση με κύκλο



- **Δεκαδικό** είναι το κλάσμα που έχει παρονομαστή το 10**.**

- **Τα ισοδύναμα κλάσματα** είναι αυτά που δείχνουν το ίδιο κομμάτι ενός ποσού με διαφορετικό τρόπο το καθένα.

  Τα $\frac{3}{5}$ και τα $\frac{6}{10}$ του ορθογωνίου **είναι ίσα κομμάτια.**



- Κάθε ακέραιος μπορεί να γραφεί σαν κλάσμα**:** 5 **=** $\frac{5}{1}$
- Κάθε κλάσμα με ίδιο αριθμητή και παρονομαστή είναι ίσο με 1 και εκφράζει ένα ολόκληρο αντικείμενο.
- Τα κλάσματα με αριθμητή μεγαλύτερο από τον παρονομαστή παριστάνουν ένα ολόκληρο αντικείμενο και ένα κομμάτι του επιπλέον: **το** $\frac{7}{5}$ μιας σοκολάτας είναι μία ολόκληρη σοκολάτα $\frac{5}{5}$ και επιπλέον $\frac{2}{5}$ της σοκολάτας.

2) ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

- **Ομώνυμα** λέγονται τα κλάσματα που έχουν τον ίδιο παρονομαστή. $\frac{3}{5}$ **και** $\frac{2}{5}$
- Για να κάνω δύο κλάσματα ομώνυμα πολλαπλασιάζω στο κάθε ένα τον αριθμητή και τον παρονομαστή με κατάλληλο αριθμό. $\frac{3}{14}, \frac{1}{4} \rightarrow \frac{3\times2}{14\times2}, \frac{1\times7}{4\times7} \rightarrow \frac{6}{28}, \frac{7}{28}$
- Σε δύο ομώνυμα κλάσματα μεγαλύτερο είναι αυτό που έχει τον μεγαλύτερο αριθμητή $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$
- Σε δύο κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή μεγαλύτερο είναι αυτό που έχει τον μικρότερο παρονομαστή $\frac{3}{5}$ **>** $\frac{3}{7}$

3) ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ.

- Προσθέτουμε ή αφαιρούμε κλάσματα μόνο όταν είναι ομώνυμα. $\frac{3}{14}+\frac{1}{4}\rightarrow\frac{3\times2}{14\times2}+\frac{1\times7}{4\times7}\rightarrow\frac{6}{28}+\frac{7}{28}\rightarrow\frac{13}{28}$
- Πολλαπλασιάζουμε κλάσματα πολλαπλασιάζοντας αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή.

$\frac{3}{14}\times\frac{1}{4}\rightarrow\frac{3\times1}{14\times4}\rightarrow\frac{3}{56}$

- Διαιρούμε δύο κλάσματα αντιστρέφοντας το δεύτερο κλάσμα και εκτελώντας πολλαπλασιασμό.

$\frac{3}{14}:\frac{1}{4}\rightarrow\frac{3}{14}\times\frac{4}{1}\rightarrow\frac{12}{14}$

ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

1) ΤΙ ΕΙΝΑΙ Ο ΔΕΚΑΔΙΚΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ

- Ένα κλάσμα μπορεί να παρασταθεί και με έναν άλλο τρόπο, τον δεκαδικό αριθμό. $\frac{1}{10}\rightarrow 0{,}10$ ή $0{,}1$ ακόμη

$\frac{1}{2}\rightarrow 0{,}50$ ή $0{,}5$ και $\frac{1}{4}\rightarrow 0{,}25$. Τα ψηφία μετά την υποδιαστολή δηλώνουν κομμάτια μικρότερα του 1.

- Ένας δεκαδικός, όπως ο 2,035, μπορεί να γραφεί σαν κλάσμα, δηλαδή $\frac{2.035}{1.000}$
- Μεταξύ δύο δεκαδικών αριθμών μπορούμε να τοποθετήσουμε όσους δεκαδικούς θέλουμε (άπειρους) για παράδειγμα: μεταξύ του 2,31 και του 2,32 μπορούμε να τοποθετήσουμε τους 2,311 – 2,312 – 2,313 κ.λ.π ακόμη τους 2,3101-2,3102 κ.λ.π

2) ΟΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΤΟ ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

- Ο αριθμός 2,035 αποτελείται από 2 μονάδες, 0 δέκατα, 3 εκατοστά και 5 χιλιοστά. Διαβάζεται «δύο και τριάντα πέντε χιλιοστά».

- Ο αριθμός 2,035 μπορεί να γραφτεί με τη βοήθεια κλασμάτων: $2+\frac{3}{100}+\frac{5}{1000}$
- Ο αριθμός 2, 035 γράφεται και $2+\frac{35}{1000}$ οπότε ονομάζεται συμμιγής. Συμμιγής είναι και ο αριθμός $2+\frac{3}{4}$

που μπορούμε να τον γράψουμε είτε σαν $\frac{11}{4}$ είτε σαν 2,75.

3) ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

- Η πρόσθεση και η αφαίρεση των δεκαδικών αριθμών γίνεται όπως και στους ακέραιους αρκεί να προσθέτουμε ή να αφαιρούμε ψηφία που έχουν την ίδια αξία. (12, 856+2,38 = 15,236)
- Ο πολλαπλασιασμός γίνεται όπως και στους ακεραίους αλλά η υποδιαστολή στο αποτέλεσμα μπαίνει ως εξής:

2,35×3,14 → 235 ×314 → 73790 → 7,3790 (έχουμε 4 δεκαδικά ψηφία, 2 από τον πρώτο αριθμό και δύο από τον δεύτερο).

ΠΟΣΟΣΤΑ

1) ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΠΟΣΟΣΤΟ.

Αν πάρω τα $\frac{3}{5}$ από τα τετράδιά μου είναι σαν να παίρνω τα $\frac{60}{100}$ από αυτά καθώς τα δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα. Τα $\frac{60}{100}$ τα γράφω 60% . **Ποσοστό είναι το μέρος ενός ποσού που εκφράζεται σαν κλάσμα με παρονομαστή το 100.**

2) ΒΑΣΙΚΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΠΟΣΟΣΤΩΝ

- Το 50% ενός ποσού είναι το μισό του ποσού, ενώ το 25% είναι το $\frac{1}{4}$ του ποσού και το 75% τα $\frac{3}{4}$.
- Αν στην τιμή 280€ κάνω έκπτωση 30% τότε από το 280 αφαιρώ τα $\frac{30}{100}$ του ποσού δηλαδή τα $\frac{3}{10}$ του 280, δηλαδή 84€. Αν κάνω αύξηση 30% τότε προσθέτω 84€.

3) ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Να θυμάσαι ότι: Στα ποσοστά τα ποσά είναι πάντα ανάλογα.

Τα προβλήματα των ποσοστών γενικά λύνονται με τις εξής μεθόδους:

α) με αναγωγή στη μονάδα και β) με αναλογία.

Παράδειγμα: ένα κινητό τηλέφωνο πουλήθηκε 255€ με έκπτωση 15%. Ποια είναι η αρχική τιμή, χωρίς την έκπτωση, του κινητού;

Α) Αναγωγή στη μονάδα

π.χ. τα $\frac{85}{100}$ είναι 255€ άρα το $\frac{1}{100}$ είναι 255€:85= 3 €

τα $\frac{100}{100}$ είναι 100·3€ =300€

Β) Αναλογία

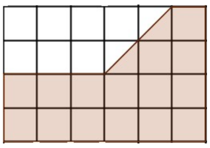
ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ	
τελική τιμή	85	255
αρχική τιμή	100	Χ

$$\frac{\text{τελική τιμή} \rightarrow 85}{\text{αρχική τιμή} \rightarrow 100} = \frac{255}{x}$$

Μπορείς να το λύσεις συνεχίζοντας με τα σταυρωτά γινόμενα (85×Χ = 100×255)

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

ΧΡΟΝΟΣ: 1ώρα = 60΄(60 λεπτά), 1λεπτό = 60΄΄(60 δευτερόλεπτα) , 1ώρα = 3.600΄΄
ΜΗΚΟΣ: 1 μέτρο = 100 εκατοστά, 1εκατοστό =10χιλιοστά, 1μέτρο=1.000χιλιοστά, 1χιλιόμετρο =1.000μέτρα
ΓΩΝΙΑ: ορθή (90^0), οξεία (μικρότερη από 90^0), αμβλεία (μεγαλύτερη από 90^0), ευθεία (180^0)
ΕΜΒΑΔΟΝ: Το εμβαδόν ενός σχήματος το μετράμε με μέτρο ένα τετραγωνάκι. Αν το τετραγωνάκι έχει πλευρά 1 εκατοστό τότε το εμβαδόν το μετράμε σε τετραγωνικά εκατοστά.



Στο διπλανό σχήμα το σκιασμένο μέρος περιλαμβάνει 16 τετραγωνάκια (τα δύο μισά κάνουν ένα ολόκληρο) άρα έχει εμβαδόν 16. Αν κάθε τετραγωνάκι έχει πλευρά 1εκ. τότε το σκιασμένο μέρος έχει εμβαδόν 16 τετραγωνικά εκατοστά.

ΒΑΡΟΣ: 1κιλό=1.000γραμμάρια, ένα τόνος =1.000κιλά.

Η ΔΥΝΑΜΗ ΑΡΙΘΜΟΥ ΚΑΙ ΟΙ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ

Για συντομία αντί για α·α γράφουμε $α^2$ και γενικά αντί για α·α·α·α·····α (ν φορές) γράφουμε $α^ν$.
Για να πολλαπλασιάσουμε δυνάμεις: $α^3·α^4=α^7$, για να διαιρέσουμε δυνάμεις: $α^5:α^3=α^2$

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Εξίσωση είναι μια ισότητα που περιέχει έναν άγνωστο αριθμό, που συμβολίζουμε συνήθως με x ή ψ ή z ...κτλ,

Π.χ 5+χ=10,5

Λύση της εξίσωσης είναι η τιμή που την επαληθεύει. Στην προηγούμενη εξίσωση η λύση είναι χ=5,5

Ο τρόπος που λύνεται κάθε μια από τις βασικές εξισώσεις φαίνεται στον παρακάτω πίνακα, όπου κάθε ένα παράδειγμα αντιπροσωπεύει μια μορφή εξίσωσης

Μορφή εξίσωσης	**Τρόπος λύσης**	**Παράδειγμα**
Εξίσωση στην οποία ο άγνωστος είναι ένας από τους προσθετέους	κάνουμε αφαίρεση	**α)** x + 0,2 = 12,8 άρα x = 12,8 - 0,2 άρα x = 12,6 **β)** 2 + x = 11,5 άρα x = 11,5 - 2 άρα x = 9,5
Εξίσωση στην οποία ο άγνωστος είναι μειωτέος.	κάνουμε πρόσθεση	x - 31 = 45 άρα x = 45 + 31 άρα x = 76
Εξίσωση στην οποία ο άγνωστος είναι αφαιρετέος	κάνουμε αφαίρεση	20,1 - x = 7 άρα x = 20,1 - 7 άρα x = 13,1
Εξίσωση στην οποία ο άγνωστος είναι ένας από τους παράγοντες του γινομένου	κάνουμε διαίρεση	**α)** x . 3 = 96 άρα x = 96 : 3 άρα x = 32 **β)** 14 . x = 11,2 άρα x = 11,2 : 14 άρα x = 0,8
Εξίσωση στην οποία ο άγνωστος είναι διαιρετέος	κάνουμε πολλαπλασιασμό	x : 0,5 = 24 άρα x = 24 . 0,5 άρα x = 12
Εξίσωση στην οποία ο άγνωστος είναι διαιρέτης	κάνουμε διαίρεση	144 : x = 9 άρα x = 144 : 9 άρα x = 1

ΑΝΑΛΟΓΑ-ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ

Ο λόγος δύο ποσών μπορεί να εκφραστεί σαν κλάσμα χωρίς μονάδες μέτρησης. Για παράδειγμα αν ένα τρίγωνο και ένα τετράγωνο έχουν ίσες πλευρές (π.χ είναι όλες 5 εκατοστά) τότε ο λόγος της περιμέτρου του ενός ως προς την περίμετρο του άλλου είναι $\frac{3}{4}$.

Αναλογία είναι η ισότητα δύο λόγων. Συνήθως μία αναλογία εκφράζεται από δύο ισοδύναμα κλάσματα π.χ $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$.

Χιαστί ιδιότητα είναι μία ιδιότητα με την οποία μπορούμε να υπολογίσουμε έναν άγνωστο σε μία αναλογία. Για παράδειγμα αν πρέπει να υπολογίσουμε την τιμή του x στην αναλογία $\frac{5}{12}=\frac{8}{x}$ τότε 5·x=8·12 άρα 5·x=96 επομένως $x=\frac{96}{5}=19,2$.

Ανάλογα ποσά – αντιστρόφως ανάλογα ποσά.
Στα προβλήματα συνήθως έχουμε δύο ή και περισσότερα ποσά. Αν τα ποσά είναι ανάλογα, δηλαδή κάθε φορά που το ένα πολλαπλασιάζεται με έναν αριθμό πολλαπλασιάζεται και το άλλο με τον ίδιο αριθμό, τότε **μπορώ να βρω μία λύση του προβλήματος με μία αναλογία.**

Λέω ότι τα δύο ποσά είναι **αντιστρόφως ανάλογα** όταν κάθε φορά που πολλαπλασιάζω την τιμή του ενός ποσού με έναν αριθμό τότε η αντίστοιχη τιμή του άλλου ποσού διαιρείται με τον ίδιο αριθμό.

Για να δω αν δύο ποσά είναι ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα κατασκευάζω έναν πίνακα με τις αντίστοιχες τιμές τους.

x	y	z=y/x
1.2	1.8	1.5
2.1	3.15	1.5
3.5	5.25	1.5
4	6	1.5
5.1	7.65	1.5
6	9	1.5

Στον διπλανό πίνακα παρατηρώ ότι τα δύο ποσά x και y έχουν αντίστοιχες τιμές που έχουν σταθερό λόγο 1,5. Αυτό είναι χαρακτηριστικό των ανάλογων ποσών.

Στον διπλανό πίνακα παρατηρώ ότι τα δύο ποσά x και y έχουν αντίστοιχες τιμές που έχουν σταθερό γινόμενο 1,2. Αυτό είναι χαρακτηριστικό των αντιστρόφως ανάλογων ποσών.

x	y	z=y*x
0.1	12	1.2
0.2	6	1.2
1.5	0.8	1.2
4	0.3	1.2
5	0.24	1.2
6	0.2	1.2

ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

Συλλογή και επεξεργασία (οργάνωση και αναπαράσταση) δεδομένων.

Η οργάνωση και αναπαράσταση των δεδομένων γίνεται με **πίνακες συχνοτήτων** που δείχνουν πόσο συχνά εμφανίζεται ένα δεδομένου στην καταγραφή μας και **διαγράμματα** για την αναπαράσταση των δεδομένων. Υπάρχουν διαφόρων μορφών διαγράμματα ή γραφήματα, όπως **το εικονόγραμμα, το ραβδόγραμμα, το κυκλικό διάγραμμα, το γράφημα γραμμής και το σημειόγραμμα.**

- **Συχνότητα** ενός δεδομένου λέγεται ο αριθμός που εκφράζει πόσο συχνά εμφανίζεται ένα δεδομένο.
- **Πίνακας συχνοτήτων: Ο πίνακας κατανομής συχνοτήτων μας δείχνει πόσο συχνά υπάρχει κάθε δεδομένο στην καταγραφή μας.**
- **Τρόπος εργασίας με πίνακα συχνοτήτων**

1. Συλλέγουμε τα δεδομένα.

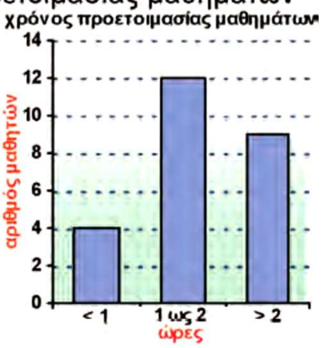
2. Τακτοποιούμε τα δεδομένα σε μια σειρά (αύξουσα ή φθίνουσα).

3. Καταμετρούμε τη συχνότητα εμφάνισης κάθε δεδομένου.

4. Παρουσιάζουμε τα δεδομένα με πίνακα και με γράφημα

Χρόνος καθημερινής προετοιμασίας μαθημάτων

Ώρες	Καταμέ-τρηση	Συχνότητα
< 1	IIII	4
1 ως 2	~~IIII~~ ~~IIII~~ II	12
> 2	~~IIII~~ IIII	9



- **Μέση τιμή ή μέσος όρος**

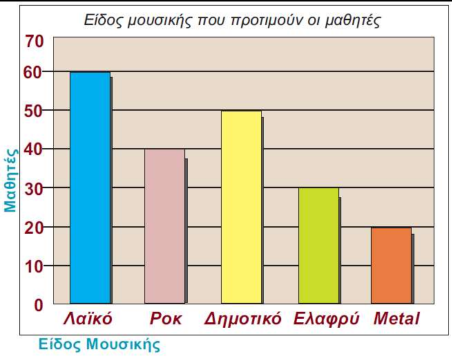
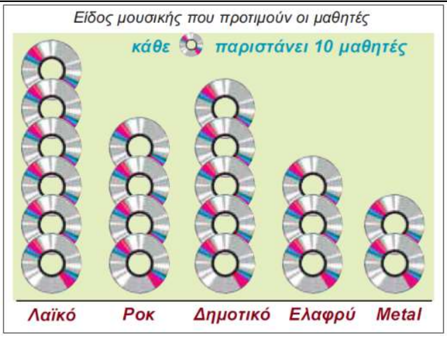
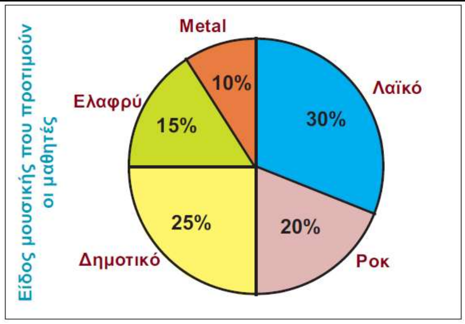
Πολλές φορές χρειάζεται να περιγράψουμε ένα πλήθος δεδομένων με μια μόνο τιμή. Σε τέτοιες περιπτώσεις χρησιμοποιούμε τον <u>μέσο όρο (ή μέση τιμή)</u>

Μέση τιμή ή μέσος όρος ενός πλήθους δεδομένων λέγεται το πηλίκο $\frac{\text{Άθροισμα δεδομένων}}{\text{Πλήθος δεδομένων}}$. Δηλαδή για να βρούμε τη μέση τιμή ενός πλήθους δεδομένων, **προσθέτουμε** τις τιμές όλων των δεδομένων **και διαιρούμε** με το πλήθος των δεδομένων.

Παράδειγμα
Οι βαθμοί ενός μαθητή σε έξι τεστ στα μαθηματικά ήταν 7, 10, 7, 8, 7 και 9.
Ο μέσος όρος της βαθμολογίας του είναι: (7 + 10 + 7 + 8 + 7 + 9) : 6 = 48 : 6 = 8

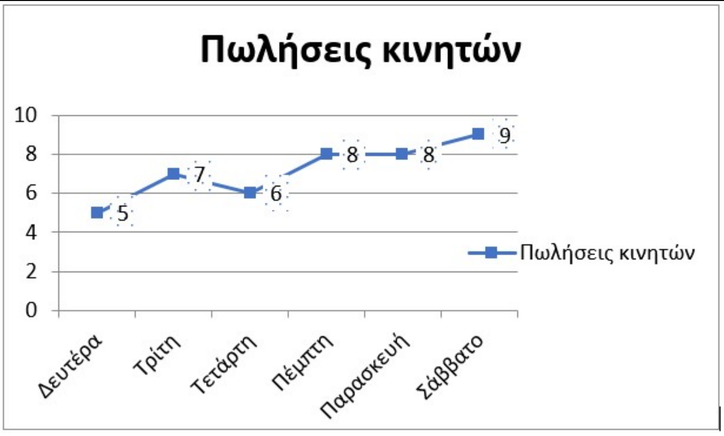
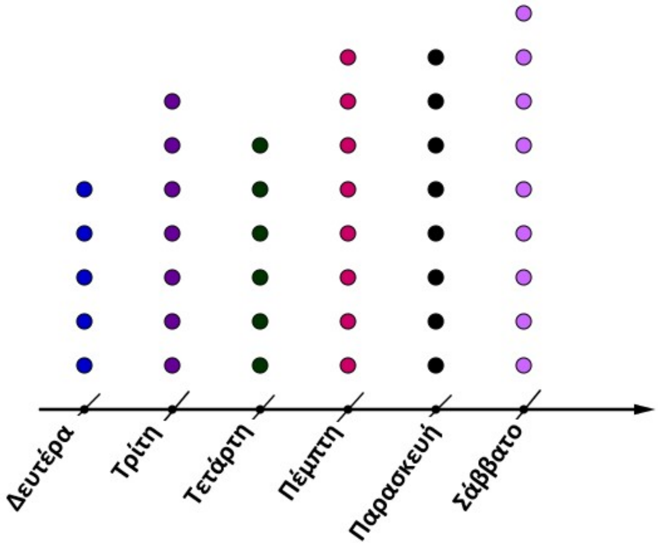
- **Είδη διαγραμμάτων.**

Α) Ραβδόγραμμα – Εικονόγραμμα – Κυκλικό διάγραμμα

Ραβδόγραμμα	Εικονόγραμμα	Κυκλικό διάγραμμα
		

Β) Διάγραμμα γραμμής – Σημειόγραμμα

Πωλήσεις κινητών τηλεφώνων ενός καταστήματος σε διάστημα μιας εβδομάδος

Διάγραμμα γραμμής	Σημειόγραμμα
	

ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ ΤΥΧΗΣ ΚΑΙ Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ

Πείραμα τύχης ονομάζεται ένα πείραμα που δεν μπορούμε να προβλέψουμε με βεβαιότητα το αποτέλεσμά του.

Η πιθανότητα ενός αποτελέσματος εκφράζει πόσο είναι πιθανό να έρθει ένα συγκεκριμένο αποτέλεσμα σε ένα πείραμα τύχης και υπολογίζεται από ένα κλάσμα με αριθμητή το πλήθος των επιθυμητών αποτελεσμάτων και παρονομαστή το πλήθος των δυνατών αποτελεσμάτων.

Δηλαδή πιθανότητα = $\dfrac{\text{Πλήθος επιθυμητών αποτελεσμάτων}}{\text{Πλήθος δυνατών αποτελεσμάτων}}$

Παράδειγμα :

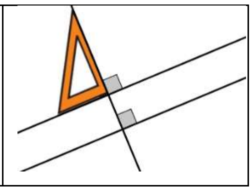
Αν ρίξουμε ένα ζάρι ποια είναι η πιθανότητα να εμφανισθεί 3;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

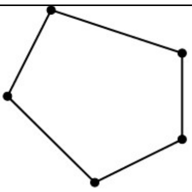
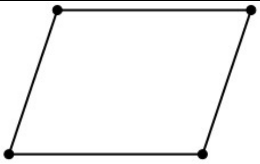
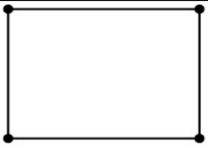
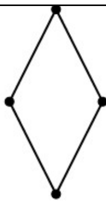
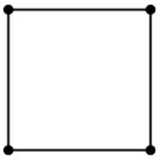
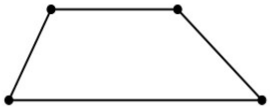
Όλα τα δυνατά αποτελέσματα είναι 6 (1, 2, 3, 4, 5, 6). Το πλήθος των επιθυμητών αποτελεσμάτων είναι 1 (το 3 εμφανίζεται μία φορά στα 6 αποτελέσματα), άρα η πιθανότητα είναι $\frac{1}{6}$

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

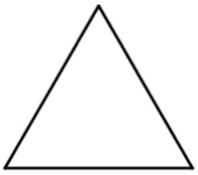
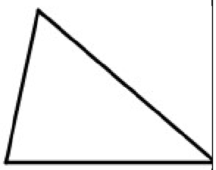
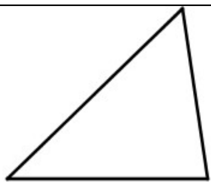
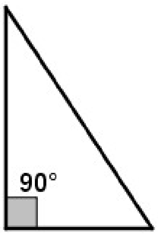
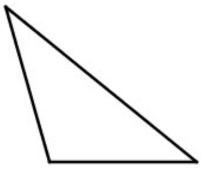
- **Οι ευθείες:**

Παράλληλες ευθείες: Αυτές που δεν συναντιούνται όσο και αν προεκταθούν **Τεμνόμενες** είναι οι ευθείες που έχουν ένα κοινό σημείο, δηλαδή ¨κόβονται¨ **Κάθετες ευθείες:** Αυτές που τέμνονται και σχηματίζουν 4 ίσες γωνίες. Τότε λέμε ότι σχηματίζουν ορθή γωνία.	

- **Τα βασικά σχήματα:**

 **ΠΟΛΥΓΩΝΟ**	 **ΠΛΑΓΙΟ ΠΑΡ/ΓΡΑΜΜΟ**	 **ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΠΑΡ/ΓΡΑΜΜΟ**	 **ΡΟΜΒΟΣ**	 **ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ**	 **ΤΡΑΠΕΖΙΟ**

- **Το τρίγωνο:**

 **ΙΣΟΠΛΕΥΡΟ** **Όλες οι πλευρές του ίσες**	 **ΙΣΟΣΚΕΛΕΣ** **Δύο πλευρές του ίσες**	 **ΣΚΑΛΙΝΟ** **Δεν έχει ίσες πλευρές**	 **ΟΞΥΓΩΝΙΟ** **Όλες οι γωνίες οξείες**	 **ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ** **Μία γωνία ορθή**	 **ΑΜΒΛΥΓΩΝΙΟ** **Μία γωνία αμβλεία.**

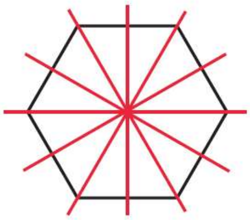
- **Οι γωνίες ενός τριγώνου:**

Σε κάθε τρίγωνο αν προσθέσουμε όλες τις γωνίες του το αποτέλεσμα είναι 180^0

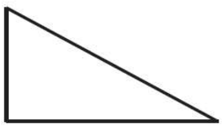
- **Η συμμετρία**

Ένα σχήμα έχει **άξονα συμμετρίας** μία ευθεία γραμμή, όταν μπορεί να χωριστεί σε δύο τμήματα, ώστε το ένα να συμπίπτει με το άλλο, διπλώνοντας το χαρτί κατά μήκος αυτής της γραμμής.

- Η ευθεία αυτή ονομάζεται **άξονας συμμετρίας** του σχήματος.
- Ένα σχήμα μπορεί να έχει κανένα, ένα, δύο ή περισ- σότερους άξονες συμμετρίας.



σχήμα με 6 άξονες συμμετρίας

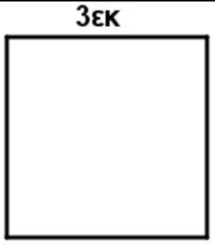
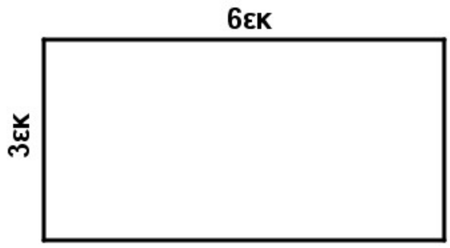
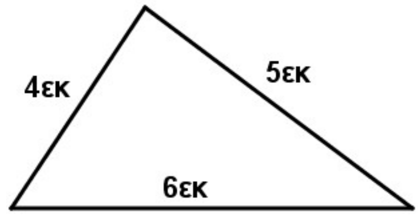


σχήμα με κανένα άξονα συμμετρίας

Άξονας συμμετρίας σχήματος ονομάζεται η ευθεία που χωρίζει το σχήμα σε δύο μέρη, τα οποία συμπίπτουν όταν διπλωθεί το σχήμα κατά μήκος της ευθείας. Τότε λέμε ότι το σχήμα έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία αυτή. Η συμμετρία ως προς άξονα ονομάζεται **αξονική συμμετρία**.

- **Η περίμετρος**

Για να βρούμε την **περίμετρο** ενός σχήματος προσθέτουμε όλες τις πλευρές του (συνήθως λέμε τα σύνορά του) π.χ

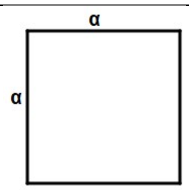
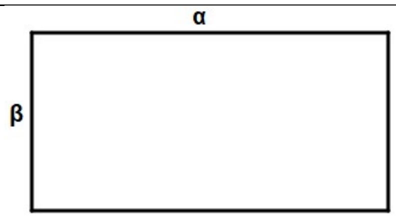
Περίμετρος τετραγώνου 4×3εκ=12εκ	Περίμετρος ορθογωνίου παραλληλογράμμου 2×(6εκ+3εκ)=18εκ	Περίμετρος τριγώνου 6εκ+4εκ+5εκ=15εκ
		

- **Περί εμβαδών**

Για να βρούμε το **εμβαδόν** ενός σχήματος σε τετραγωνισμένο χαρτί υπολογίζουμε πόσα τετραγωνάκια περιέχει.
Αν το σχήμα δεν βρίσκεται σε τετραγωνισμένο χαρτί τότε το χωρίζουμε σε τρίγωνα και παραλληλόγραμμα (γενικά το χωρίζουμε σε κατάλληλα απλά σχήματα).

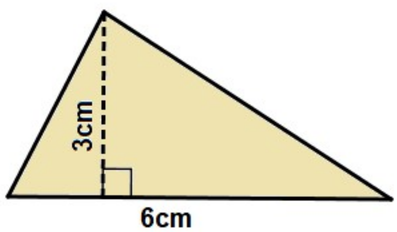
Το εμβαδόν ενός παραλληλογράμμου το βρίσκουμε αν πολλαπλασιάσουμε το μήκος της βάσης του επί το μήκος του ύψους του.

Εφαρμόζοντας τον τύπο του εμβαδού του παραλληλογράμμου βρίσκουμε το εμβαδόν του τετραγώνου και του ορθογωνίου παραλληλογράμμου :

Το εμβαδόν τετραγώνου πλευράς α είναι ίσο με $α^2$	**Το εμβαδόν ορθογωνίου παραλληλογράμμου μήκους α και πλάτους β είναι ίσο με α×β.**
	

Το εμβαδόν τριγώνου: Για να βρούμε το εμβαδόν ενός τριγώνου πολλαπλασιάζουμε το μήκος της βάσης του επί το μήκος του ύψους του και διαιρούμε το αποτέλεσμα δια 2.
Στο διπλανό σχήμα το εμβαδόν είναι ίσο με:

$(6cm×3cm):2=18cm^2:2=9\ cm^2$

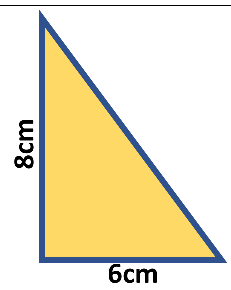


Με βάση τον τρόπο που υπολογίζεται το εμβαδόν ενός τριγώνου μπορούμε να υπολογίσουμε εύκολα το εμβαδόν ορθογωνίου τριγώνου:

Πολλαπλασιάζουμε τις δύο κάθετες πλευρές του και διαιρούμε με με το 2 το αποτέλεσμα.

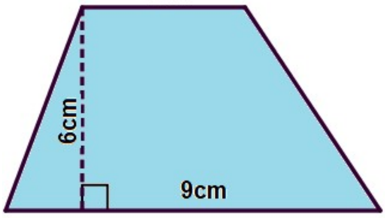
Στο διπλανό σχήμα το εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με

$(6cm×8cm):2=48cm^2:2=24\ cm^2$



Εμβαδόν τραπεζίου

Το εμβαδόν ενός τραπεζίου το βρίσκουμε αν το άθροισμα της μικρής και της μεγάλης βάσης το πολλαπλασιάσουμε με το ύψος του και το διαιρέσουμε με το δύο. Αυτό εκφράζεται σύντομα με τον τύπο:

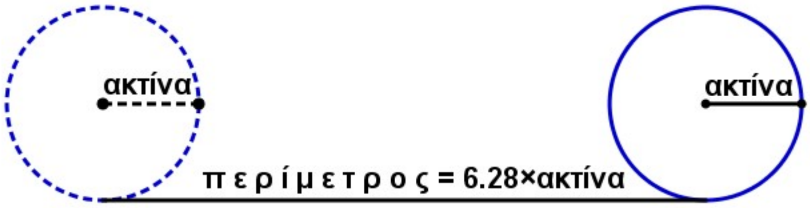


Στο διπλανό σχήμα για να υπολογίσουμε το εμβαδόν σκεφτόμαστε ότι το εμβαδόν είναι ίσο με $\frac{(\text{Βάση μεγάλη}+\text{βάση μικρή})\times \text{ύψος}}{2}$ άρα

$$\frac{(9cm+4cm)\times 6cm}{2}=\frac{13cm\times 6cm}{2}=39cm^2$$

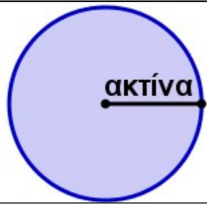
- **Περί κύκλου**

1) **Περίμετρος κύκλου. Αν ένας κύκλος (ας πούμε μία ρόδα) κινηθεί κάνοντας μία πλήρη περιστροφή τότε το διάστημα που θα διανύσει είναι η περίμετρος του κύκλου (της ρόδας) Αυτό το διάστημα, δηλαδή την περίμετρο μπορούμε να υπολογίσουμε αν πολλαπλασιάσουμε την ακτίνα με το διπλάσιο του αριθμού π που είναι ίσος περίπου με 3,14, δηλαδή με το 6,28.**



2) **Εμβαδόν κυκλικού δίσκου**

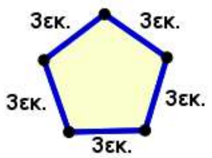
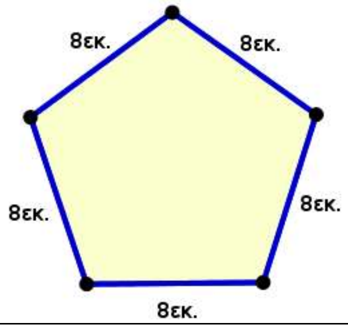
Το Εμβαδόν κυκλικού δίσκου είναι ίσο με το γινόμενο του αριθμού π επί το τετράγωνο της ακτίνας του.
Ε= $\pi \times \alpha^2$, όπου π είναι ο λόγος του μήκους του κύκλου ως προς τη διάμετρο και είναι περίπου 3,14.



- **Η έννοια της κλίμακας**

Κλίμακα είναι ο λόγος, δηλαδή η σχέση της απόστασης 2 σημείων σε ένα σχέδιο προς την πραγματική απόσταση των σημείων

Παράδειγμα:

ΣΧΕΔΙΟ	ΑΡΧΙΚΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΣΧΗΜΑ	ΚΛΙΜΑΚΑ
		$\frac{3}{8}$

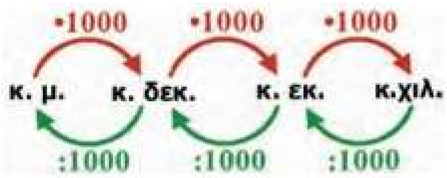
- **Περί όγκου και χωρητικότητας**

Ο χώρος που καταλαμβάνει ένα στερεό σώμα ονομάζεται όγκος.

Μονάδα μέτρησης του όγκου είναι το κυβικό μέτρο (κ.μ.).

Ένα κ.μ. είναι ένας κύβος με ακμή ίση με ένα μέτρο.
Υποδιαιρέσεις του κ.μ. που χρησιμοποιούμε για μικρότερες μετρήσεις είναι το κυβικό δεκατόμετρο (κ.δεκ.), το κυβικό εκατοστόμετρο (κ.εκ.) και το κυβικό χιλιοστόμετρο

1 κ.μ. = 1.000 κ.δεκ = 1.000.000 κ.εκ. = 1.000.000.000 κ.χιλ.

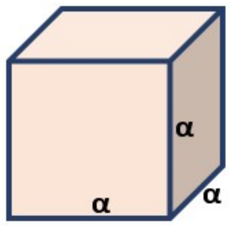


Χωρητικότητα ενός δοχείου είναι ο όγκος της ποσότητας που μπορεί να χωρέσει το δοχείο.
Η ποσότητα του υγρού ή αερίου που χωράει σε 1 κυβικό δεκατόμετρο ονομάζεται 1 λίτρο.

1 λίτρο νερό ζυγίζει 1 κιλό.

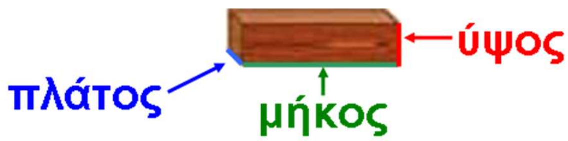
- **Όγκοι στερεών**

1) Για να βρούμε τον όγκο του κύβου , πολλαπλασιάζουμε ακμή επί ακμή επί ακμή $Ο_{Κύβου}$ = α.α.α = α

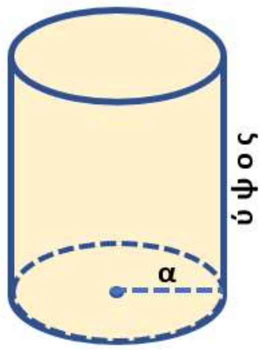


2) Για να βρούμε τον όγκο του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου , πολλαπλασιάζουμε το <u>μήκος</u> επί το <u>πλάτος</u> και το γινόμενό τους επί το <u>ύψος.</u>

$Ο_{ορθ.παρ.}$ =α.β.υ



3) Ο όγκος ενός κυλίνδρου είναι ίσος με το γινόμενο του εμβαδού της βάσης του με το ύψος του.
Αν α είναι η ακτίνα της βάσης και υ είναι το ύψος τότε θα έχουμε:
Ο= $Ε_{βάσης}$. υ
Η βάση του κυλίνδρου είναι κυκλικός δίσκος . Για να βρούμε το εμβαδόν της χρησιμοποιούμε τον τύπο



Ε(κυκλικού δίσκου) = π . $α^2$

Επομένως : $Ο_{κυλίνδρου}$ = π . $α^2$.υ