ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2012
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 65

Α2. α. Λάθος, **β.** Σωστό, **γ.** Λάθος, **δ.** Σωστό, **ε.** Σωστό.

Α3. 1. α, **2.** β, **3.** β.

Α4. α. $(cf)'(x) = c \cdot f'(x)$, όπου $c \in IR$

β. $(gof)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$

ΘΕΜΑ Β

Β1. Για $\kappa = 3$

x_i	Διαλογή	ν_i	N_i	$f_i\%$	$x_i \cdot \nu_i$
5	III	3	3	15	15
6	~~IIII~~	5	8	25	30
7	III	3	11	15	21
8	~~IIII~~ II	7	18	35	56
9	II	2	20	10	18
ΣΥΝΟΛΑ		20		100	140

Β2. $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i \nu_i}{\nu} = \dfrac{140}{20} = \mathbf{7}$

Β3. Η **επικρατούσα τιμή είναι 8**.

Β4. Το πλήθος των παρατηρήσεων είναι 20.
Αν γραφούν με αύξουσα σειρά οι μεσαίες παρατηρήσεις στις θέσεις 10^{η} και 11^{η} είναι 7, άρα **η διάμεσος είναι** $\mathbf{\dfrac{7+7}{2} = 7}$.

Β5. $f_4\% + f_5\% = 35\% + 10\% = 45\%$
άρα το 45% των φοιτητών έχει βαθμό τουλάχιστον 8.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 1$ πρέπει

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) = f(1)$$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{2x}{\kappa} = \dfrac{2}{\kappa} \\ \bullet\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} (x^2 + \kappa) = 1 + \kappa \\ \bullet\ f(1) = 1^2 + \kappa = 1 + \kappa \end{array}\right\} \Rightarrow 1 + \kappa = \frac{2}{\kappa} \Leftrightarrow$$

$$\kappa + \kappa^2 = 2 \Leftrightarrow \kappa^2 + \kappa - 2 = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{\kappa = 1 \text{ ή } \kappa = -2}$$

Για $\kappa = 1$ είναι $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 1 \\ x^2 + 1, & x \geq 1 \end{cases}$.

Γ2. Για $x > 1$ είναι $f'(x) = (x^2 + 1)' = \mathbf{2x}$

Γ3. $A = f(50) - f'(245) + 1 = 2501 - 490 + 1 = \mathbf{2012}$

Γ4.
$$\begin{aligned}
\int_0^2 f(x)\,dx &= \int_0^1 f(x)\,dx + \int_1^2 f(x)\,dx \\
&= \int_0^1 2x\,dx + \int_1^2 (x^2 + 1)\,dx \\
&= \int_0^1 2x\,dx + \int_1^2 x^2\,dx + \int_1^2 1\,dx \\
&= \left[x^2\right]_0^1 + \left[\frac{x^3}{3}\right]_1^2 + \left[x\right]_1^2 \\
&= \cancel{1} - 0 + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} + 2 \cancel{-1} \\
&= \mathbf{\frac{13}{3}}
\end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Πρέπει $f'(3) = 0 \Leftrightarrow 3\lambda + 3 = 0 \Leftrightarrow 3\lambda = -3 \Leftrightarrow$ $\boldsymbol{\lambda = -1}$

Για $\lambda = -1$ είναι $f'(x) = x^2 - x - 6$

Δ2. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ ή $x = -2$

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty , -2]$ και $[1 , +\infty)$
ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο $[-2 , 1]$.
Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = -2$
Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = 3$

Δ3. $$\lim_{x\to 3}\frac{f'(x)}{\sqrt{x}-\sqrt{3}} = \lim_{x\to 3}\frac{x^2 - x - 6}{\sqrt{x}-\sqrt{3}} = \lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+2)}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}$$

$$= \lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+2)\left(\sqrt{x}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{3}\right)}$$

$$= \lim_{x\to 3}\frac{\cancel{(x-3)}(x+2)\left(\sqrt{x}+\sqrt{3}\right)}{\cancel{x-3}}$$

$$= \lim_{x\to 3}\left[(x+2)\left(\sqrt{x}+\sqrt{3}\right)\right]$$

$$= (3+2)\left(\sqrt{3}+\sqrt{3}\right)$$

$$= 5\cdot 2\sqrt{3} = \mathbf{10\sqrt{3}}$$