ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

1[Ο] ΓΕΝΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ - ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να αποδείξετε ότι η εφαπτόμενη του κύκλου $C: x^2 + \psi^2 = \rho^2$ σε ένα σημείο του $A(x_1, \psi_1)$ δίνεται από την εξίσωση: $x \cdot x_1 + \psi \cdot \psi_1 = \rho^2$.

14Μ

Β. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις :

α) Η εξίσωση της έλλειψης C με εστίες τα σημεία − , και σταθερό άθροισμα 2α, είναι: ………………. , όπου β = …….

2Μ

β) Η εφαπτόμενη της έλλειψης : $\frac{\psi^2}{\alpha^2} + \frac{x^2}{\beta^2} = 1$ στο σημείο της $M_1(x_1, \psi_1)$,

έχει εξίσωση: ………

2Μ

γ) Ονομάζουμε εκκεντρότητα της έλλειψης, το λόγο ε = ……..

2Μ

Γ . Να χαρακτηρίσετε ως σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις:

i. Έστω $\vec{\alpha}$ και $\vec{v}$ δύο διανύσματα του επιπέδου με $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$. Τότε ισχύει:
$\cdot \vec{v} = \cdot \pi\rho o\beta \vec{v}$

ii. Η ευθεία με εξίσωση $A\chi + B\psi + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $= (-A\ B)$

iii. Η εκκεντρότητα ε μιας έλλειψης είναι μεγαλύτερη της μονάδας.

iv. Αν $\uparrow\downarrow \vec{\beta}$, τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$.

v. Αν $\vec{\alpha} = (x_1, \psi_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, \psi_2)$ τότε : $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = x_1\psi_1 + x_2\psi_2$

5Μ

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ώστε να ισχύει: $\vec{\alpha} + \vec{\beta} = (5, -5)$ και $\vec{\alpha} - 2\vec{\beta} = (2, 1)$.

Α. Να αποδείξετε ότι: $\vec{\alpha} = (4, -3)$ και $\vec{\beta} = (1, -2)$.

10Μ

Β. Να αναλυθεί το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ σε δύο κάθετες συνιστώσες, από τις οποίες η μία να είναι παράλληλη στο $\vec{\beta}$.

15Μ

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: x+\psi-5=0$ και $\varepsilon_2:(2+\lambda)x-(\lambda-1)\psi+\mu-2\lambda=0$.

Α. Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να είναι παράλληλες.

10Μ

Β. Να προσδιορίσετε τα λ , $\mu \in \mathrm{R}$ ώστε η ε_2 να διέρχεται από το σημείο Α (1 , 2) και η οξεία γωνία των ευθειών ε_1 και ε_2 να είναι $\frac{\pi}{4}$.

15Μ

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνονται τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, τα οποία σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία $\phi=\frac{\pi}{3}$, και η εξίσωση: $x^2+\psi^2-2|\vec{\alpha}|x-|\vec{\beta}|\psi+\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=0$ (1) .

Α. Να αποδείξετε ότι:

α. $2\vec{\alpha} \neq \vec{\beta}$

2Μ

β. Η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο με ακτίνα $\rho=\frac{1}{2}|2\vec{\alpha}-\vec{\beta}|$.

6Μ

Β. Αν Κ (1,1) είναι το κέντρο του κύκλου (1), τότε:

α. Να αποδείξετε ότι : $|\vec{\alpha}|=1$, $|\vec{\beta}|=2$ και ρ = 1 .

6Μ

β. Να αποδείξετε ότι η ευθεία ε: 3x + 4ψ + 8 = 0 δεν τέμνει τον κύκλο .

4Μ

γ. Αν Α , Β είναι δύο σημεία που κινούνται αντίστοιχα στον κύκλο και στην ευθεία (ε), να βρείτε την ελάχιστη τιμή της απόστασης (ΑΒ).

7Μ

Καλή Επιτυχία !!!